بررسی سیستم های قدرت دو.(2)

دکتر گودرز چراغی

فصل ششم

تجزیه و تحلیل پخش بار

فصل هفتم

توزیع بهینه تولید

فصل ششم

❑تجزیه و تحلیل پخش بار

- تجزیه و تحلیل حالت ماندگار یک سیستم قدرت به هم پیوسته را تحت شرایط بهره برداری عادی با فرض اینکه سیستم در شرایط متقارن مورد بهره برداری قرار گرفته و با یک شبکه تکفاز نمایش داده شود بصورت صدها گره و شاخه می باشد . در این حالت روش گره مناسب ترین روش برای تجزیه و تحلیل سیستم قدرت است .
- در تحلیل معادلات گره ها بصورت خطی و مختلط بر حسب توان و ولتاژ گره می باشد به معادلات پخش توان مرسومند که به ان معادلات پخش بار می گویند .
- **این معادلات به دلایل زیر مناسب است :**
- 1- برنامه ریزی .
- 2- بهره برداری .
- 3- برنامه ریزی زمان بندی اقتصادی تبادل توان .

تجزیه و تحلیل این معادلات جهت موارد زیر است :

1- پایداری گذرا .

2- پایداری در حالت احتمال وقوع حادثه .

روشهای تجزیه و تحلیل پخش بار :

1- روش گوس مایدل .

2- روش نیوتن رافسون .

3- روش پخش بار مجزای سریع .

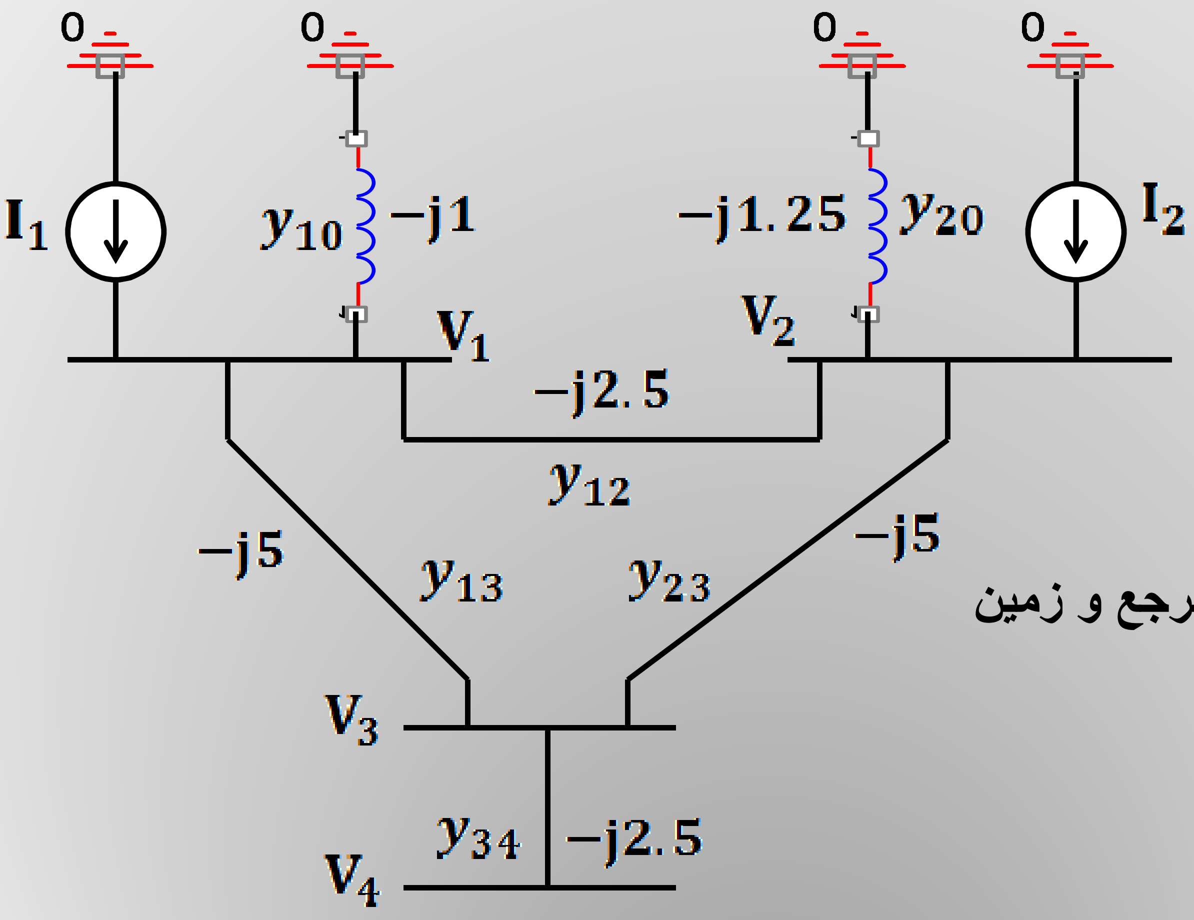
❖ماتریس ادمیتانس شین :

دستیابی به معادلات ولتاژ گره سیستم قدرت در شکل زیر در نظر بگیرید . که در ان امپدانسها بر حسب PU در MVA مبنا مشخص شده و از مقاومتهای اهمی برای سهولت محاسبات چشم پوشی شده است .

❖ تحلیل گره بر حسب قانون جریان کیرشهف انجام می شود و مقادیر امپدانسها با استفاده از رابطه زیر به ادمیتانسها تبدیل می شود :

$$y_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}} = \frac{1}{y_{ij} + jX_{ij}}$$

❖ در مدار شکل زیر به روش گره بر حسب ادمیتانسها و منابع جریان حاصل از منابع تبدیل ولتاژ برابر با :



❖ گره صفر به عنوان مرجع و زمین شده است.

❖ با استفاده از روش KCL داریم :

KCLها :

$$\begin{cases} I_1 = y_{10} \times V_1 + y_{12}(V_1 - V_2) + y_{13}(V_1 - V_3) \\ I_2 = y_{20} \times V_2 + y_{12}(V_2 - V_1) + y_{23}(V_2 - V_3) \\ 0 = y_{23}(V_3 - V_2) + y_{13}(V_3 - V_1) + y_{34}(V_3 - V_4) \\ 0 = y_{34}(V_3 - V_4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 = (y_{10} + y_{12} + y_{13})V_1 - y_{12} \times V_2 - y_{13} \times V_3 \\ I_2 = -y_{12} \times V_1 + (y_{20} + y_{12} + y_{13})V_2 - y_{23} \times V_3 \\ 0 = -y_{13} \times V_1 - y_{23} \times V_2 + (y_{13} + y_{23} + y_{34})V_3 + y_{34} \times V_4 \\ 0 \cong -y_{34} \times V_3 + y_{34} \times V_4 \end{cases}$$

$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} \qquad Y_{21} = Y_{12} = -y_{12}$$

$$Y_{22} = y_{20} + y_{12} + y_{23} \qquad Y_{31} = Y_{13} = -y_{13}$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} + y_{34} \qquad Y_{23} = Y_{32} = -y_{23}$$

$$Y_{44} = y_{34} \qquad Y_{34} = Y_{43} = -y_{34}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

❖ در معادله فوق داریم $Y_{14} = Y_{41} = 0$ و $Y_{42} = Y_{24} = 0$ و نیز $I_3 = 0$ و $I_4 = 0$ و خواهیم داشت بنابراین کلی خواهیم داشت .

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \cdots & Y_{1i} \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} \cdots & Y_{2i} \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ Y_i & \vdots & Y_{ii} \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots \quad \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \Rightarrow I = Y_{bus} \times V_{bus} \quad (1)$$

I_{bus} : بردار جریان های تزریق شده شینها است . اگر جریان به نسبت شین باشد جریان مثبت است و اگر جریان از شین خارج شود جریان منفی است .

- $\mathbf{V}_{bus}$: ولتاژ گره شین که نسبت به گره مرجع دسنجیده می شود . (ولتاژ گره ها)
- $\mathbf{Y}_{bus}$: به ماتریس ادمیتانس شین موسوم است , عنصر قطری هر گره , مجموع اد میتانسهای متصل به ان است و به ان اد میتانس خودی یا اد میتانس نقطه تحریک نامیده می شود .

$$\mathbf{Y}_{ii} = \sum_{j=0}^{n} \mathbf{y}_{ij} \qquad \mathbf{i} \neq \mathbf{j}$$

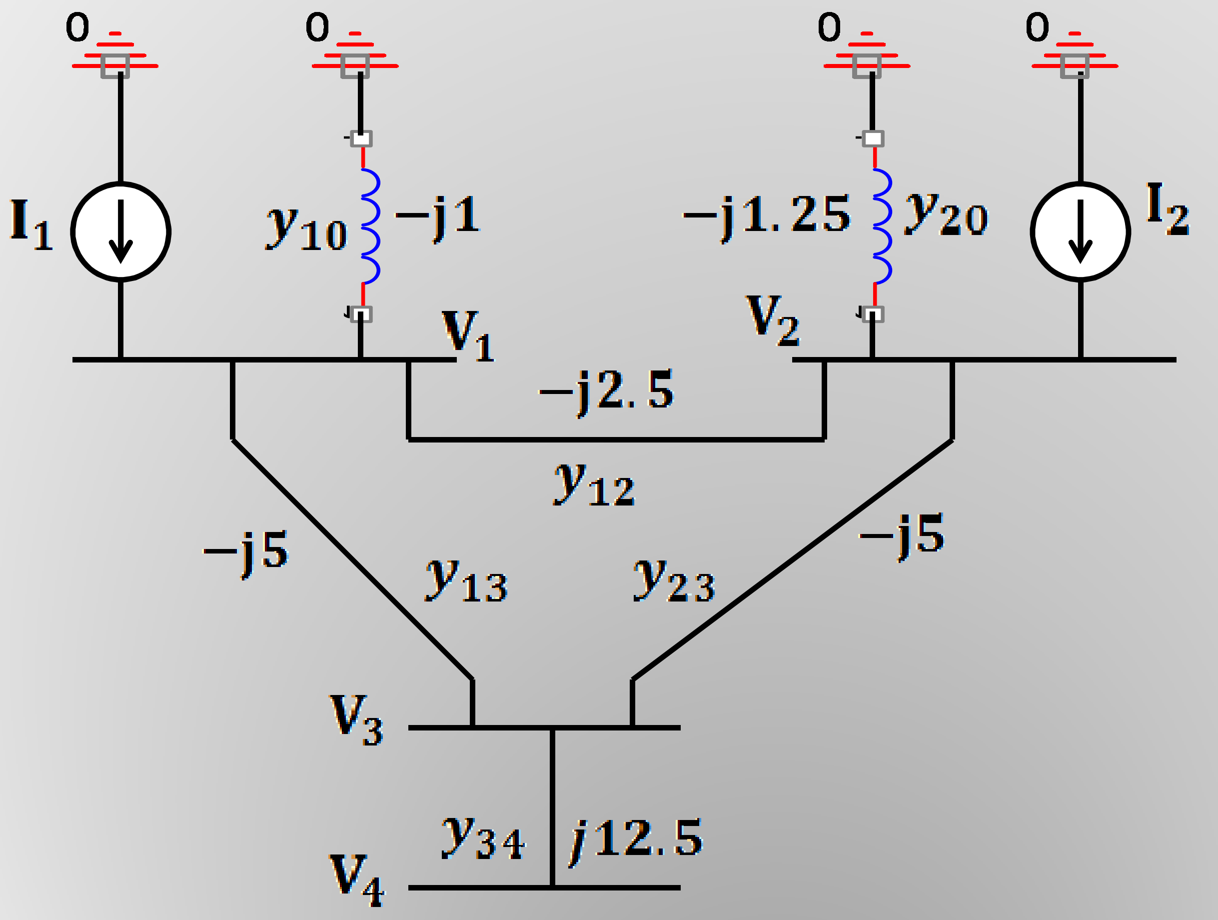
- هر یک از عناصر غیر قطری برابر با اد میتانس بین دو گره در علامت منفی که اد میتانس متقابل یا اد میتانس انتقالی نامیده می شود .

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{ij}} = \mathbf{Y}_{\mathbf{ji}} = -\mathbf{Y}_{\mathbf{ij}}$$

- چنانچه جریان شینها معلوم باشد از حل معادله (1) می توان ولتاژها را بدست اورد .

$$\mathbf{V}_{bus} = \mathbf{Y}_{bus}{}^{-1} \times \mathbf{I}_{bus}$$

❖ **مثال:** برای شکل زیر ماتریس ادمیتانس شین یا ماتریس ژکوبین ان را بدست اورید .



$$Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} = -j + j(-2.5) - j5$$

$$Y_{11} = -j8.5$$

$$Y_{22} = y_{20} + y_{21} + y_{23} = -j8.75$$

$$Y_{33} = y_{31} + y_{32} + y_{34} = -j22.5$$

$$Y_{44} = y_{41} + y_{42} + y_{43} = -j12.5$$

$$Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} = j2.5 \qquad Y_{13} = Y_{31} = -y_{13} = j5$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} = j5 \qquad Y_{34} = Y_{43} = -y_{34} = j12.5$$

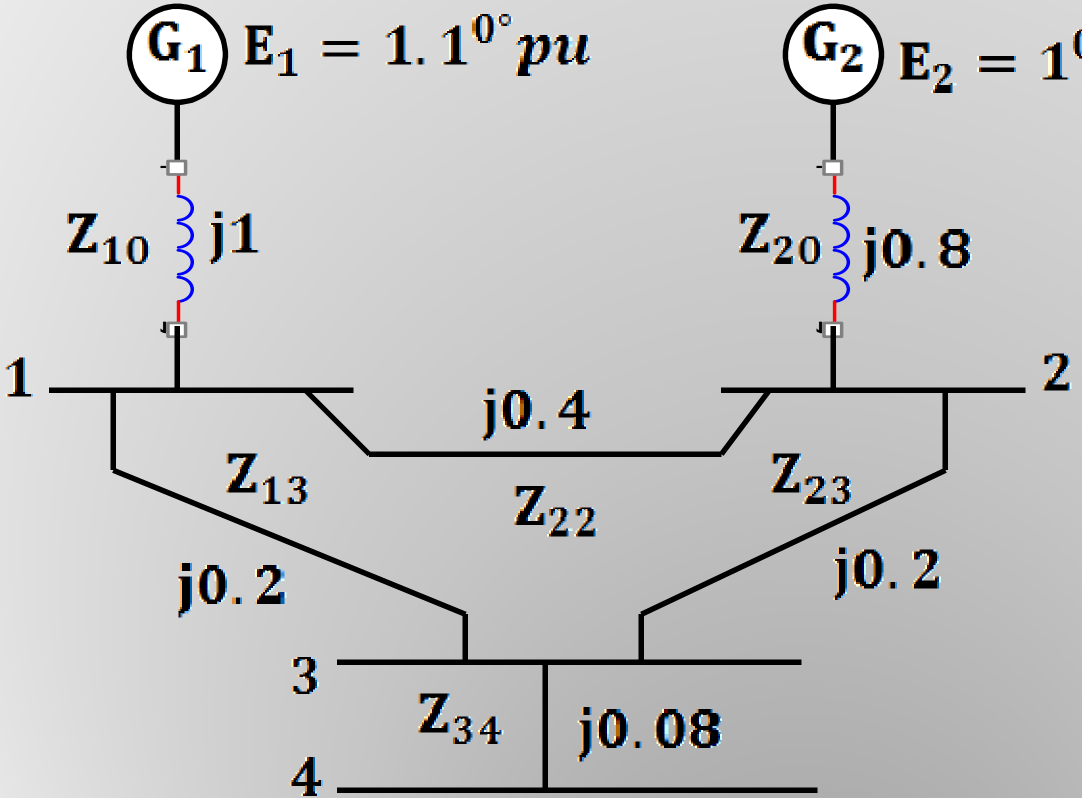
$$Y_{14} = Y_{41} = -y_{14} = 0 \qquad Y_{24} = Y_{42} = -y_{24} = 0$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} & Y_{31} & Y_{41} \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{32} & Y_{42} \\ Y_{13} & Y_{23} & Y_{33} & Y_{43} \\ Y_{14} & Y_{24} & Y_{34} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} -j8.5 & j2.5 & j5 & 0 \\ j2.5 & -j8.75 & j5 & 0 \\ j5 & j5 & -j22.5 & j12.5 \\ 0 & 0 & j12.5 & -j12.5 \end{bmatrix}$$

❖ **مثال:** در شکل زیر نیروی محرکه تولیدی توسط ژنراتورهای 1 و 2 برابر با :

$E_1 = 1.1\,0^{\circ} pu$ و $E_2 = 1\,0^{\circ}\ pu$. با استفاده از ماتریس اد میتانس شین ولتاژ شین ها را بدست اورید .



$$Z_{10} = j_1 \Longrightarrow y_{10} = -j_1$$

$$Z_{20} = j_{0.8} \Longrightarrow y_{20} = -j_{0.5}$$

$$Z_{12} = j_{0.4} \Longrightarrow y_{12} = -j_{2.5}$$

$$Z_{13} = Z_{23} = j_{0.2} \Longrightarrow y_{13} = y_{23} = -j_5$$

$$Z_{34} = j_{0.8} \Longrightarrow y_{34} = -j_{12.5}$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j8.5 & j2.5 & j5 & 0 \\ j2.5 & -j8.75 & j5 & 0 \\ j5 & j5 & -j22.5 & j12.5 \\ 0 & 0 & j12.5 & -j12.5 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_{10}} = \frac{1.1}{j1} = -j1.1\ pu$$

$$\Rightarrow I_{bus} = [-j1.1\ ;\ -j1.25\ ;0\ ;0]$$

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_{20}} = \frac{1}{j0.8} = -j1.25\ pu$$

$$V_{bus} = {Y_{bus}}^{-1} \times I_{bus}$$

$${Y_{bus}}^{-1} = \begin{bmatrix} j0.5 & j0.4 & j0.45 & j0.45 \\ j0.4 & j0.48 & j0.44 & j0.44 \\ j0.45 & j0.44 & j0.545 & j0.545 \\ j0.45 & j0.44 & j0.545 & j0.625 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_{bus} = \mathbf{Y}_{bus}{}^{-1} \times \mathbf{I}_{bus}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.5 & j0.4 & j0.45 & j0.45 \\ j0.4 & j0.48 & j0.44 & j0.44 \\ j0.45 & j0.44 & j0.545 & j0.545 \\ j0.45 & j0.44 & j0.545 & j0.625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j1.1 \\ -j1.25 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.04 \\ 1.045 \\ 1.045 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 1.05\angle 0 \; pu \qquad V_3 = 1.045\angle 0 \; pu$$

$$V_2 = 1.04\angle 0 \; pu \qquad V_4 = 1.045\angle 0 \; pu$$

❖ حل معادلات جبری غیر خطی:

1- معادلات جبری گوس – سایدل .

2- معدلات جبری نیوتن – رافسون .

❖ روش گوس – سایدل:

این روش به روش جایگزینی متوالی نیز موسوم است و بشرح زیر می باشد .

- اگر f(x) یک تابع متغیر باشد .
- اگر x^k تخمین اولیه x باشد. ترتیب تکراری زیر را داریم .
- که دران ε دقت مورد نظر می باشد .

$$f(x) = 0$$

$$x = g(x)$$

$$x^k = g(x)$$

$$x^{k+1} = g(x^k) \quad \Longrightarrow \quad |x^{k+1} - x^k| \le \varepsilon$$

❖ **مثال:** با استفاده از روش گوس سایدل ریشه معادله زیر را بدست اورید .

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$9x = -x^3 + 6x^2 + 4 \Longrightarrow x = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{6}{9}x^2 + \frac{4}{9} = g(x)$$

➢ فرض می کنیم: $x^{(0)} = 2$

$$x^{(1)} = g(x^0) = -\frac{1}{9}(2)^3 + \frac{6}{9}(2)^2 + \frac{4}{9} = 2.2222$$

$$x^{(2)} = g(x^{(1)}) = -\frac{1}{9}(2.2222)^3 + \frac{6}{9}(2.2222)^2 + \frac{4}{9} = 2.5173$$

$$x^{(3)} = g(x^{(2)}) = -\frac{1}{9}(2.5173)^3 + \frac{6}{9}(2.5173)^2 + \frac{4}{9} = 2.8966$$

$$x^{(4)} = g\left(x^{(3)}\right) = -\frac{1}{9}(2.8966)^3 + \frac{6}{9}(2.8966)^2 + \frac{4}{9} = \mathbf{3.3376}$$

$$x^{(5)} = g\left(x^{(4)}\right) = -\frac{1}{9}(3.3376)^3 + \frac{6}{9}(3.3376)^2 + \frac{4}{9} = \mathbf{3.7398}$$

$$x^{(6)} = g\left(x^{(5)}\right) = -\frac{1}{9}(3.7398)^3 + \frac{6}{9}(3.7398)^2 + \frac{4}{9} = \mathbf{3.9988}$$

$$x^{(7)} = g\left(x^{(6)}\right) = -\frac{1}{9}(3.9988)^3 + \frac{6}{9}(3.9988)^2 + \frac{4}{9} = \mathbf{4.0000}$$

یکی از ریشه ها

مسئله است . $x^{(7)} = 4$ ⟹ $|x^{(7)} - x^{(6)}| = 0.0012 = 12 \times 10^{-4} \le \varepsilon$

- نکته :در برخی موارد می توان از ضریب تصحیح برای بهبود سرعت همگرایی استفاده کرد .
اگر α >1 ضریب تصحیح باشد . الگوریتم گوس – سایدل بصورت زیر در می اید .

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha[g(x^k) - x^{(k)}]$$

مثال 2: در مثال قبل داریم :

$$F(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$9x = -x^3 + 6x^2 + 4 \Longrightarrow x = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{6}{9}x^2 + \frac{4}{9} = g(x)$$

اگر یکی از ریشه ها 2 تخمین زده شده باشد .

$$x^{(0)} = 2$$

$$g\left(x^{0}\right) = -\frac{1}{9}(2)^{3} + \frac{6}{9}(2)^{2} + \frac{4}{9} = 2.2222$$

$$x^{(0)} = x^{(0)} + \alpha\left[gx^{(0)} - x^{(0)}\right] = 2 + 1.25[2.2222 - 2] = 2.7787$$

$$\begin{cases} x^{(2)} = x^{(1)} + \alpha\left[g\left(x^{(1)}\right) - x^{(1)}\right] = \\ \Rightarrow 2.2778 + 1.25[2.5902 - 2.2778] = 2.6683 \\ g\left(x^{(1)}\right) = -\frac{1}{9}(2.2778)^{3} + \frac{6}{9}(2.2778)^{2} + \frac{4}{9} = 2.5902 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{(3)} = 2.6683 + 1.25[3.0801 - 2.6683] = 3.1831 \\ g\left(x^{(3)}\right) = -\frac{1}{9}(2.6683)^{3} + \frac{6}{9}(2.6683)^{2} + \frac{4}{9} = 3.0801 \end{cases}$$

$$g\left(x^{(3)}\right) = -\frac{1}{9}\left(x^{(3)}\right)^3 + \frac{6}{9}\left(x^{(3)}\right)^2 + \frac{4}{9} =$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{9}(3.1831)^3 + \frac{6}{9}(3.1831)^2 + \frac{4}{9} = 3.7238$$

$$x^{(4)} = x^{(3)} + \alpha\left[g(x^{(3)}) - x^{(3)}\right]$$

$$x^{(4)} = 3.1831 + 1.25[3.7228 - 3.1831] = 3.9978$$

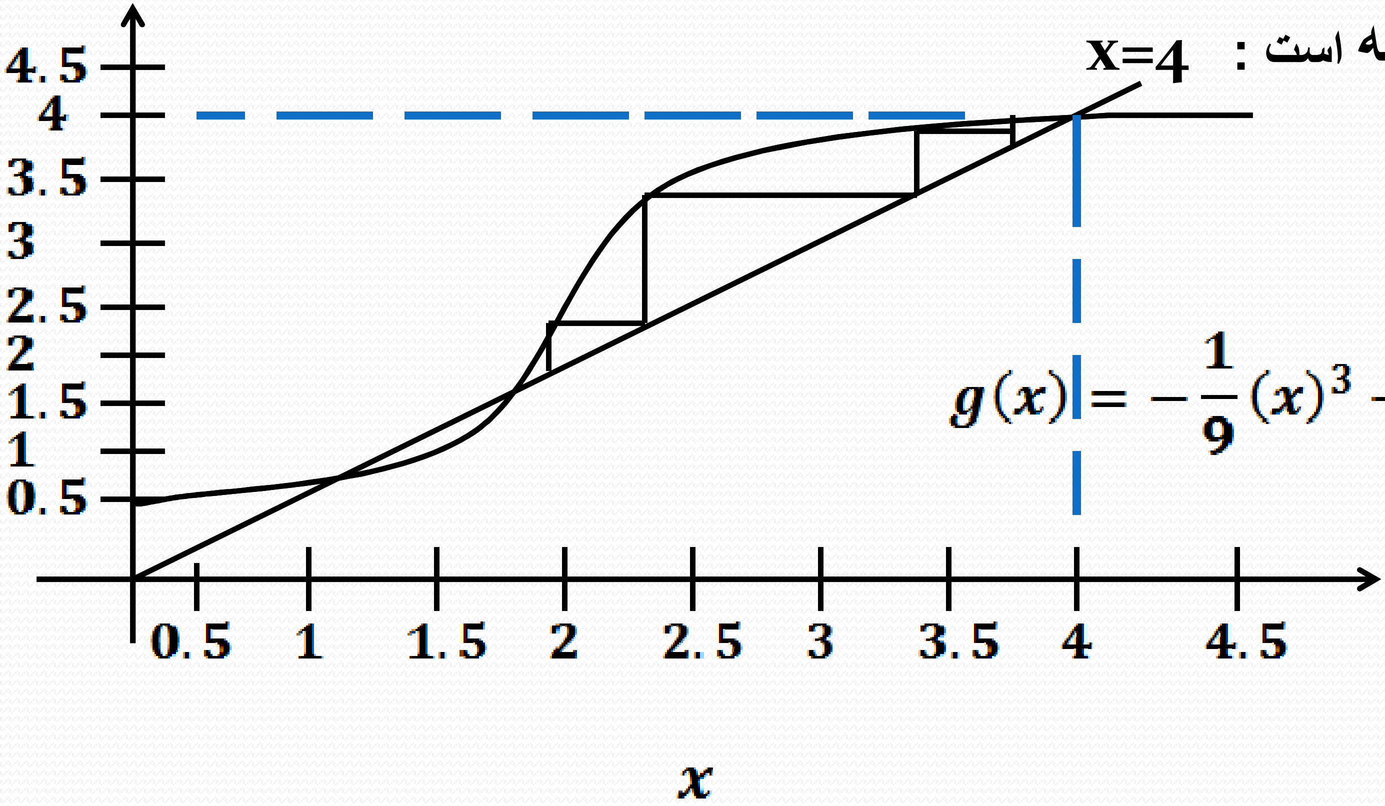
$$g\left(x^{(4)}\right) = -\frac{1}{9}(3.9978)^3 + \frac{6}{9}(3.9978)^2 + \frac{4}{9} = 4.0084$$

$$x^{(5)} = x^{(4)} + \alpha\left[g(x^{(4)}) - x^{(4)}\right]$$

$$= 3.9978 + 1.25[4.0084 - 3.9987] = 4.0084$$

$$\left|x^{(5)} - x^{(4)}\right| < \epsilon \Longrightarrow |4.0084 - 3.9987| < \epsilon$$

❖ جواب دوم مسئله است : x=4



$$g(x) = -\frac{1}{9}(x)^3 + \frac{6}{9}(x)^2 + \frac{4}{9}$$

❖روش نیوتون رافسون:

این روش را روش تقریب متوالی می نامند که بر اساس تخمین اولیه مقادیر مجهول و استفاده از بسط تیلوری نباشد .

$$F_{(x)} = C$$

❖ اگر $x^{(0)}$ تخمین اولیه باشد $\Delta x^{(0)}$ انحراف کوچک نسبت پاسخ صحیح است .

$$F\left(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}\right) = C$$

بسط تیلوری سمت چپ در اطراف تیلوری :

$$F\left(x^{(0)}\right) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \times \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2i} \times \left(\frac{df^2}{dx^2}\right)^{(0)} \times \left(\Delta x^{(0)}\right)^2 + \cdots C$$

$$\Delta c^{(0)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \times \Delta x^{(0)} \Longrightarrow \Delta c^{(0)} = C - F\left(x^{(0)}\right)$$

$$\Delta c^{(1)} = x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

$$\vdots$$

$$\Delta c^{(k)} = C - f\left(x^{(K)}\right)$$

$$\Delta x^{(k)} = \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$$

$$\Delta c^{(k)} = j^{(k)} \times \Delta x^{(k)}$$

$$j^{(k)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}$$

❖**مثال:** با استفاده از روش نیوتون- رافسون ریشه های معادله زیر را به دست اورید .

$$F(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

با تخمین و حدس یکی از ریشه ها $x^{(0)} = 6$ می باشد .

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0 = 6) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(6)^2 - 72 + 9 = 45$$

$$\Delta c^{(0)} = C - F\left(x^{(0)}\right) = 0 - \left[6^3 - 6(6)^2 + 9 \times 6 - 4\right] = -50$$

$$\Delta x^{(0)} = \frac{\Delta c^{(0)}}{\frac{df^{(0)}}{dx}} = -\frac{50}{45} = -1.1111$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = 6 - 1.1111 = 4.8889$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x^1) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(4.8889)^2 - 12 \times 4.8889 + 9$$

$$= 22.037$$

$$F\left(x^{(0)}\right) = F\left[x^{(0)} + \Delta x^{(0)}\right] = F(6 - 1.1111) =$$

$$F(4.8889) = (4.8889)^3 - 6 \times (4.4.8889)^2 + 9 \times 4.8889 - 4 = 13.4431$$

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x^{(1)} = 4.8889 + \frac{f(x^{(1)})}{\frac{\partial f\left(x^{(1)}\right)}{\partial x}} = 4.8889 + \frac{13.4431}{22.037} =$$

$$x^{(2)} = 4.2789$$

$$\frac{\partial f\left(x^{(2)}\right)}{\partial x} = 3(4.2789)^2 - 12(4.2789) + 9 = 12.5797$$

$$F\left(x^{(2)}\right) = (4.2789)^3 - 6 \times (4.2789)^2 + 9 \times 4.2789 - 4 = 2.9981$$

$$x^{(3)} = x^{(2)} - \frac{f\left(x^{(2)}\right)}{\frac{\partial f\left(x^{(2)}\right)}{\partial x}} = 4.8889 - \frac{2.9981}{12.5797} = 4.0405$$

$$F\left(x^{(3)}\right) = (4.0405)^3 - 6 \times (4.0405)^2 + 9 \times 4.0405 - 4 = 0.3748$$

$$\frac{\partial f\left(x^{(3)}\right)}{\partial x} = 3(4.0405)^2 - 12(4.0405) + 9 = 9.4914$$

$$x^{(4)} = x^{(3)} - \frac{f(x^{(3)})}{\frac{\partial f(x^{(3)})}{\partial x}} = 4.0405 - \frac{0.3748}{9.4914} = 4.0011$$

$$F(x^{(4)}) = 0.0095$$

$$\frac{\partial f(x^{(4)})}{\partial x} = 9.0126$$

$$\Rightarrow \quad x^{(5)} = x^{(4)} - \frac{f(x^{(4)})}{\frac{\partial f(x^{(4)})}{\partial x}} = 4.0000$$

❖ حل معادلات پخش بار:

- ❖ معادلات پخش توان را معادلات پخش بار می گویند که بخش مهمی ا ز تجزیه و تحلیل سیستم قدرت را تشکیل می دهد .
- ❖ معادلات پخش بار به دلایل زیر لازم و ضروری است .

1- طراحی سیستم پخش توان .

2- برنامه ریزی اقتصادی پخش توان .

3- کنترل سیستم قدرت موجود .

4- برنامه ریزی توسعه اینده سیستم قدرت .

- ❖ پارامترهای معادلات پخش توان:

1- اندازه توان انتقالی .

2- زاویه .

3- ولتاژهای هر شین .

4- توانهای اکتیو و راکتیو در خطوط انتقال .

- این پارامترها عبارتند از :

- ولتاژ $|V|$ - توان راکتیو Q

- زاوی فاز δ - توان اکتیو P

در حل معادلات پخش توان یا پخش بار سیستم قدرت در شرایط متقارن کار می کند . بنابر این از مدل یک فاز که در هر شین چهار پارامتر δ,V.Q,P با هم در ارتباط هستند .

- شینهای سیستم قدرت به سه دسته تقسیم می شوند .

1- شین مرجع : این شینها را شین شناور یا شین نرمال نیز می نامند و به عنوان مرجع در نظر گرفته و در ان اندازه ولتاژ و زاویه فاز معلوم است .

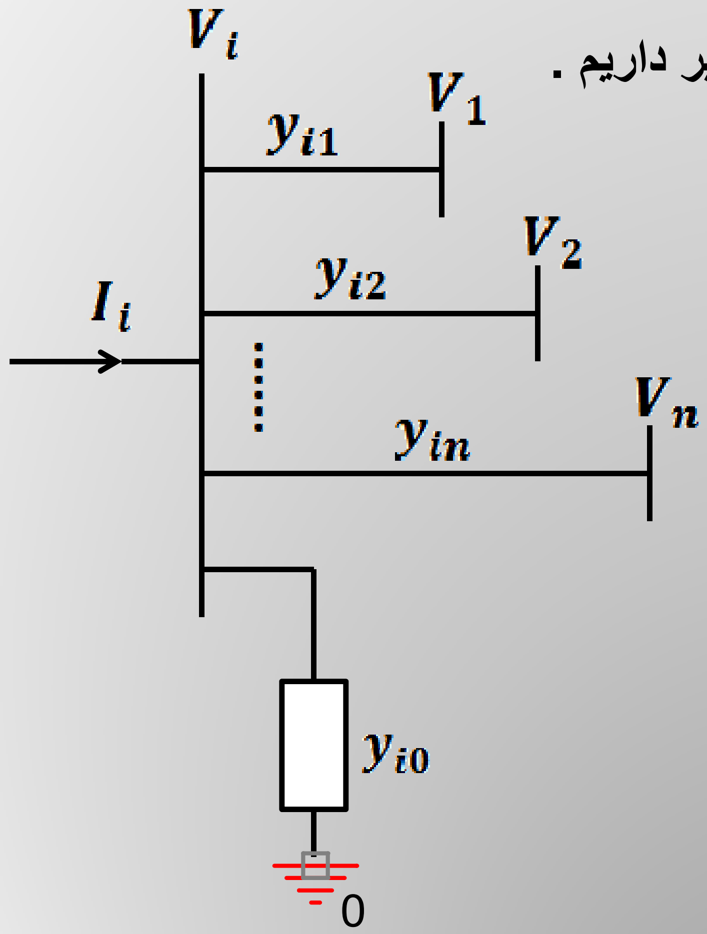
- وظیفه این شین اینست که اختلاف میان بارهای برنامه ریزی شده و توان تولیدی را که به علت تلفات شبکه بوجود می اید جبران کند .

2- شین بار : در این شینها توانهای اکتیو وراکتیو معلوم و اندازه ولتاژ و زاویه فاز ان مجهول می باشد.این شینها را شینهای PQ می گویند .

3- شینهای تنظیم شده : این شینها دارای ژنراتور و به شینهای با ولتاژ کنترل شده مرسومند. در این شینها توان اکتیو و اندازه ولتاژ معلوم و زاویه فاز و ولتاژها و توان راکتیو باید محاسبه گردد. این شینها را PV می گویند .

❖معادله پخش بار:

یک شین نوعی را در شبکه سیستم قدرت مانند شکل زیر داریم .



$$I_i = y_{i0} \times V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + y_{in}(V_i - V_n)$$

$$I_i = (y_{i0} + y_{i1} + \cdots + y_{in})V_i - y_{i1} \times V_1 - y_{i2} \times V_2 - \cdots - y_{in} \times V_n$$

$$\xrightarrow{(1)} \quad I_i = \sum_{j=0}^{n} y_{ij} \times V_i - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \times V_j \qquad i \neq j$$

❖ توان های اکتیو و راکتیو شین :

$$S_i = p_i + jQ_i = V_i \times I_i^*$$

$$\xrightarrow{(2)} \quad I_i = \frac{p_i - jQ_i}{V_i^*} \quad \Longrightarrow \quad \frac{p_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=0}^{n} y_{ij} \times V_i - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \times V_j \qquad i \neq j$$

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{p_i - jQ_i}{V_i^{*(k)}} + \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \times V_j^{(k)}}{Y_{ii} = \sum_{j=0}^{n} y_{ij}} \qquad i \neq j$$

$$\begin{cases} p_i^{(k+1)} = \mathcal{R}\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)} \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \times V_j^{(k)}\right]\right\} \quad i \neq j \\ Q_i^{(k+1)} = \mathcal{J}\left\{V_i^{*(k)}\left[V_i^{(k)} \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \times V_j^{(k)}\right]\right\} \quad i \neq j \end{cases}$$

❖ معادله پخش بار بر حسب عناصر ماتریس ادمیتانس شین بیان می شود .

❖ **نکته:** در ماتریس ادمیتانس شین $\mathbf{Y}_{bus}$ (ماتریس ژاکوبین باس)

هر یک از عناصر غیر قطری ادمیتانس برابر با:

$$\mathbf{Y}_{ij} = \mathbf{Y}_{ji} = -y_{ij}$$

و هر یک از عناصر قطری برابر با :

$$\mathbf{Y}_{ii} = \sum_{j=0}^{n} y_{ij}$$

بنابراین معادله پخش بار به روش گوس – سایدل برابر خواهد بود با :

❖ رابطه محاسبه ولتاژ باس

به روش گوس – سایدل :

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{p_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \times V_j^{(k)}}{Y_{ii}} \qquad i \neq j$$

❖ رابطه محاسبه توان حقیقی به روش گوس – سایدل .

$$P_i^{(k+1)} = \mathcal{R}\left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} Y_{ij} \times V_j^{(k)} \right] \right\} \quad i \neq j$$

❖ رابطه محاسبه توان راکتیو یا واکنشی به روش گوس – سایدل .

$$Q_i^{(k+1)} = \mathcal{J}\left\{ V_i^{*(k)} \left[V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} Y_{ij} \times V_j^{(k)} \right] \right\} \quad i \neq j$$

❖ نکته: Y_{ii} شامل ادمیتانسهای موازی مربوط به سوسپتانس باردهی خط و هر ادمیتانس ثابت دیگری است که به زمین متصل است نیز می تواند باشد .

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} y_{ij}$$

- برای محاسبه به روش گوس – سایدل :
- از یک تخمین اولیه برای ولتاژ مجهول که برابر با PU (1+j0.0) است شروع کرده و پاسخ همگرایی با حالت واقعی عملکرد را مرتبط می کنیم برای این کار از دو شین PQ و PV استفاده می کنیم به صورت زیر .
- در شین PQ, p_i^{sch} و Q_i^{sch} معلوم برای شروع از یک تخمین اولیه ولتاژ بصورت حقیقی و موهومی استفاده می کنیم .
- در شینها با ولتاژ کنترل شده (PV) که p_i^{sch} و $|V_i|$ معلوم باشد ابتدا $Q_i^{(K+1)}$ را بدست می اوریم .

پس $V_i^{(K+1)}$ را محاسبه می کنیم و داریم :

$$|V_i|^2 = \left(e_i^{(k+1)}\right)^2 + \left(f_i^{(k+1)}\right)^2$$

$e_i^{(k+1)}$مولفه ولتاژ حقیقی .

$$e_i^{(k+1)} = \sqrt{|V_i|^2 - \left(f_i^{(k+1)}\right)^2}$$

$f_i^{(k+1)}$مولفه ولتاژ موهومی .

- با استفاده از سرعت همگرایی و با اعمال ضریب تسریع به پاسخ تقریبی بدست امده از هر تکرار که به صورت زیر افزایش می یابد :

$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(K)} + \alpha \left(V_{i_{cal}}^{(K)} - V_i^{(K)} \right)$$

- α: ضریب تسریع و مقدار ان به اندازه سیستم بستگی دارد . معمولا بین 1.3 تا 1.7 است .

تکرار را تا جایی ادامه می دهیم که داشته باشیم :

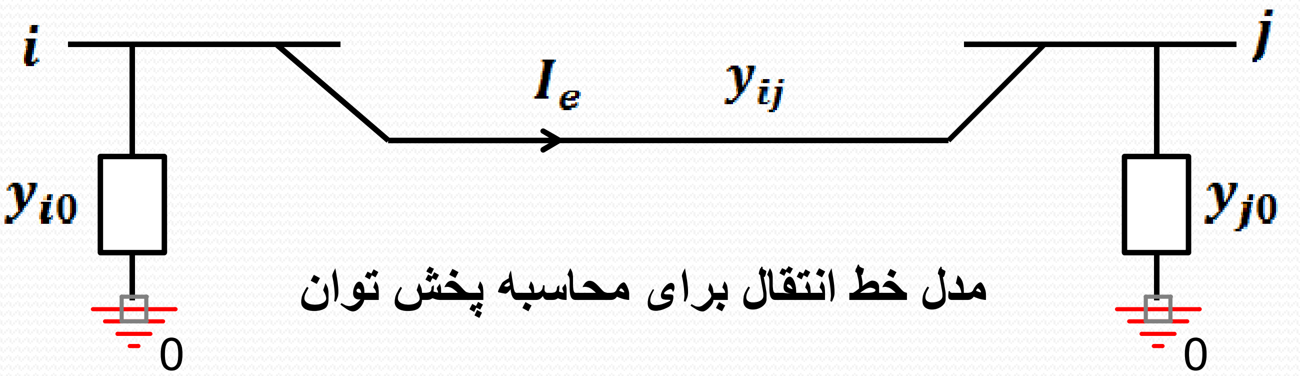
$$\left| e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)} \right| < \varepsilon$$

$$\left| f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)} \right| < \varepsilon$$

$$\Longrightarrow \quad \varepsilon = 0.00001 \text{ تا } 0.00005$$

❖پخش توان و تلفات در خط انتقال :

پس از حل تکراری ولتاژ شینها گام بعدی محاسبه پخش توان و تلفات در خط انتقال است .



مدل خط انتقال برای محاسبه پخش توان

❖ جریان خط I_{ji} که در شین j اندازه گیری شده در جهت $i \longrightarrow j$ مثبت است و برابر با :

$$I_{ji} = I_e + I_{j0}$$

❖ تلفات توان در خط $i\text{-}j$ از جمع توانهای جاری S_{ij} و S_{ji} به دست می اید .

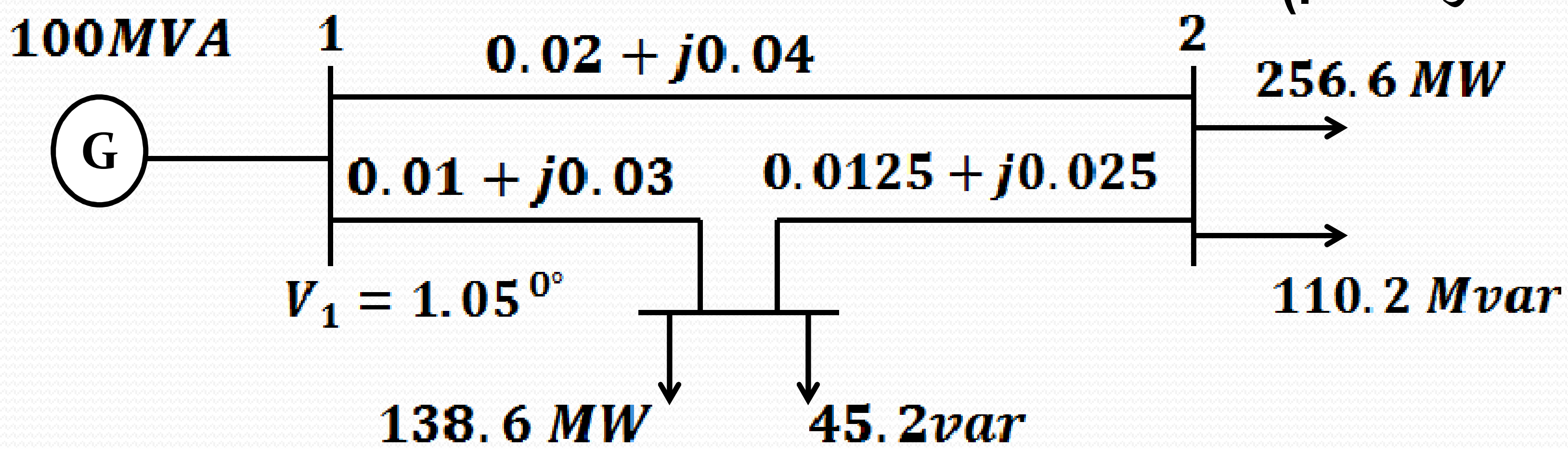
$$\begin{cases} S_{ij} = V_i + I_{ij}^{\ *} \\ S_{ji} = V_j + I_{ji}^{\ *} \end{cases} \Longrightarrow S_{loss_{ji}} = S_{ij} + S_{ji}$$

❖ **مثال:** در مدار تک خطی سیستم قدرت زیر یک شبکه سه باسه (شین) است . شین یک تولید کننده توان و اندازه ولتاژ در شین یک برابر با 1.05 PU و بارهای برنامه ریزی شده برای شینهای 2 و 3 مشخص و ام=دانس خطوط بر حسب PU در مبنای 100 MVA داده شده است (از سوسپتانس باردهی خطوط چشم پوشی شده است .)

❖ **الف)** با استفاده از روش گوس – سایدل مقادیر فازوری ولتاژ داده در شینهای 2 و 3 با تقریب چهار رقم اعشار به دست اورید .

❖ **ب)** توانهای اکتیو وراکتیو شین مرجع را محاسبه کنید .

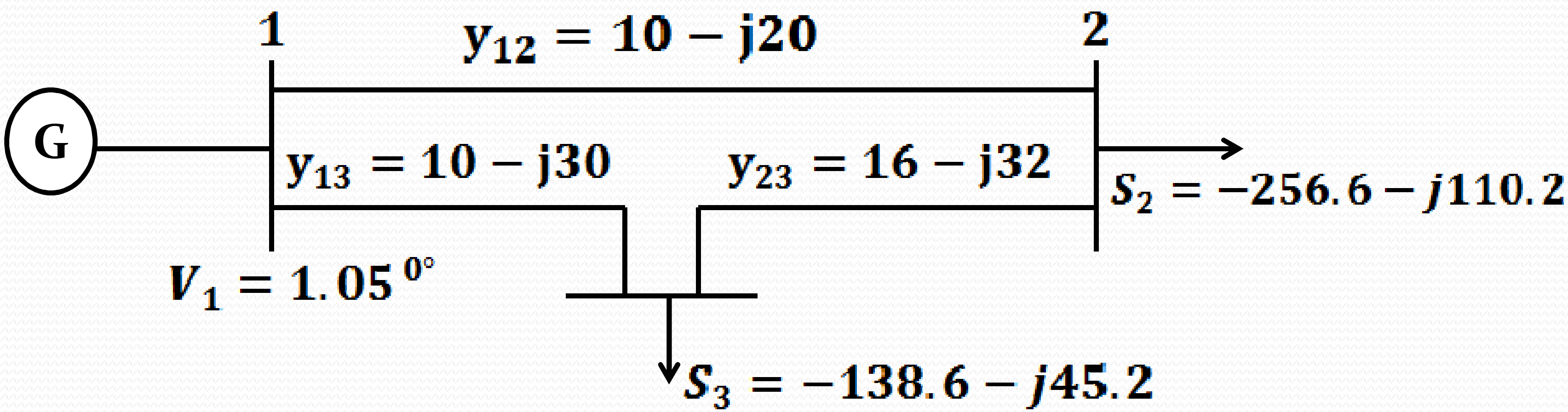
❖ **ج)** پخش توان و تلفات خطوط را تعیین کنید (نمایش پخش توان نشان دهنده جهت توان در خطوط است .)



$$y_{12} = \frac{1}{0.02 + j0.04} = 10 - j20$$

$$y_{13} = \frac{1}{0.01 + j0.03} = 10 - j30$$

$$y_{23} = \frac{1}{0.0125 + j0.025} = 16 - j32$$



❖ در شینهای 2 و3 توانهای PQ برحسب پریونیت PU برابر با :

چرا منفی دارند ؟

$$S_2^{sch} = \frac{S_2}{100} = -2.56 - j1.102$$

$$S_3^{sch} = \frac{S_3}{100} = -1.386 - j0.452$$

$$\begin{cases} S_i = S_{Gi} - S_{Di} \\ S_{Gi} = 0 \\ S_{Di} = \text{مقدار داریم} \end{cases}$$

❖ برای محاسبات حالت دستی شین 1 به عنوان شین مرجع در نظر گرفته . برای شروع از تخمین اولیه $V_2^{0^\circ} = 1.0 + j0.01$ و $V_3 = 1.0 + j0.0$ استفاده می کنیم . طبق معادله ولتاژ روش تکراری گوس داریم .

$$V_2^{(1)} = \frac{\dfrac{p_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} + y_{12} \times V_1 + y_{23} \times V_3^{(0)}}{y_{12} + y_{23}}$$

$$\frac{\frac{-2.566+j1.102}{1.0-j0}+(10-j20)(1.05+j0)+(16-j32)(1.0+j0)}{26-j52}$$

$$V_2^{(1)} = 0.9825 - j0.0310$$

$$V_3^{(1)} = \frac{\frac{p_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(0)}} + y_{13} \times V_1^{(0)} + y_{23} \times V_1^{(1)}}{y_{13} + y_{23}} =$$

$$V_3^{(1)} = 1.0011 - j0.0353$$

$$V_2^{(2)} = \frac{\frac{-2.566+j1.102}{0.9825+0.0310}+(10-j20)(1.05+j0)+(16-j32)(1.0011-j0.0353)}{26-j52}$$

$$V_2^{(2)} = 0.9816 - j0.0520$$

$$V_3^{(2)} = \frac{\frac{-1.386 + j0.452}{1.0011 + j0.0353} + (10 - j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(0.9816 - j0.0520)}{26 - j62}$$

$$V_3^{(2)} = 1.0008 - j0.0459$$

❖ به همین ترتیب ادامه می دهیم :

$$V_2^{(3)} = 0.9808 - j0.0578 \qquad V_3^{(3)} = 1.0004 - j0.0488$$

$$V_2^{(4)} = 0.9803 - j0.0594 \qquad V_3^{(4)} = 1.0002 - j0.0497$$

$$V_2^{(5)} = 0.9801 - j0.0598 \qquad V_3^{(5)} = 1.0001 - j0.0499$$

$$V_2^{(6)} = 0.9801 - j0.0599 \qquad V_3^{(6)} = 1.0000 - j0.0500$$

$$V_2^{(7)} = 0.9800 - j0.0600 \qquad V_3^{(7)} = 1.0000 - j0.0500$$

$$V_2 = 0.98 - j0.06 = 0.98183\angle{-3.5035^\circ}\ pu \qquad V_3 = 1 - j0.05 = 1.00125\angle{-2.8624^\circ}\ pu$$

❖ ب)

$$P_i - jQ_i = V_i^*(V_i \times \sum y_{ij} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} y_{ij} \times V_j)$$

$$P_1 - jQ_1 = V_1^*\left((V_1 \times (y_{12} + y_{13}) - (y_{12} \times V_2 + y_{13} \times V_3)\right)$$

$$= 1.05\left[1.05(20 - j50) - (10 - j20)(98 - j0.06) - (10 - j30)(1 - j0.05)\right]$$

$$p_1 + jQ_1 = 4.095 - j1.89 \quad \begin{cases} p_1 = 4.095\ pu = 409.5\ MW \\ Q_1 = 1.890\ pu = 189\ Mvar \end{cases}$$

❖ پ) برای تعیین پخش توان در خطوط باید جریان خطوط را بدست اورد که در این حالت با چشم پوشی از ظرفیت خازنی باردهی جریان خطوط قابل محاسبه است .

$$I_{12} = y_{12}(V_1 - V_2) = (10 - j20)[(1.05 + j0) - (0.98 - j0.06)]$$

$$= 1.9 - j0.8$$

$$I_{21} = -I_{12} = -1.9 + j0.8$$

$$I_{13} = y_{13}(V_1 - V_3) = (10 - j30)[(1.05 + j0) - (1.0 - j0.05)] = 2 - j1$$

$$I_{31} = -I_{13} = 2 - j$$

$$I_{23} = y_{23}(V_2 - V_3) = (16 - j32)[(0.98 + j0.06) - (1 - j0.05)]$$

$$= -0.64 + j0.48 \longrightarrow I_{32} = -I_{23} = 0.64 - j0.48$$

$$S_{12} = V_1 \times I_{12}^* = (1.05 + j0.0)(1.9 + j0.8) = 1.995 + j0.84 \ pu$$

$$S_{12} = 199.5 \text{ MW} + \text{j}84 \text{ Mvar}$$

$$S_{21} = V_2 \times I_{21}^* = (0.98 + j0.06)(-1.9 - j0.8) = -1.91 - j0.67$$

$$S_{21} = -191 \text{ MW} - \text{j}67 \text{ Mvar}$$

$$S_{13} = V_3 \times I_{13}^* = (1.05 + j0.0)(-2 - j) = 2.1 + j1.05$$

$$S_{13} = 210 \text{ MW} + \text{j}105 \text{ Mvar}$$

$$S_{31} = V_3 \times I_{31}^* = (1 + j0.05)(-2 - j) = -2.05 - j0.9$$

$$S_{31} = -205 \text{ MW} - \text{j}90 \text{ Mvar}$$

$$S_{23} = V_2 \times I_{23}^{*} = (0.98 - j0.06)(-0.656 + j0.48) = 0.656 - j0.432$$

$$S_{23} = -65.6\ \text{MW} - j43.2\ \text{Mvar}$$

$$S_{32} = V_3 \times I_{32}^{*} = (1 - j0.05)(0.64 + j0.48) = 0.664 + j0.448$$

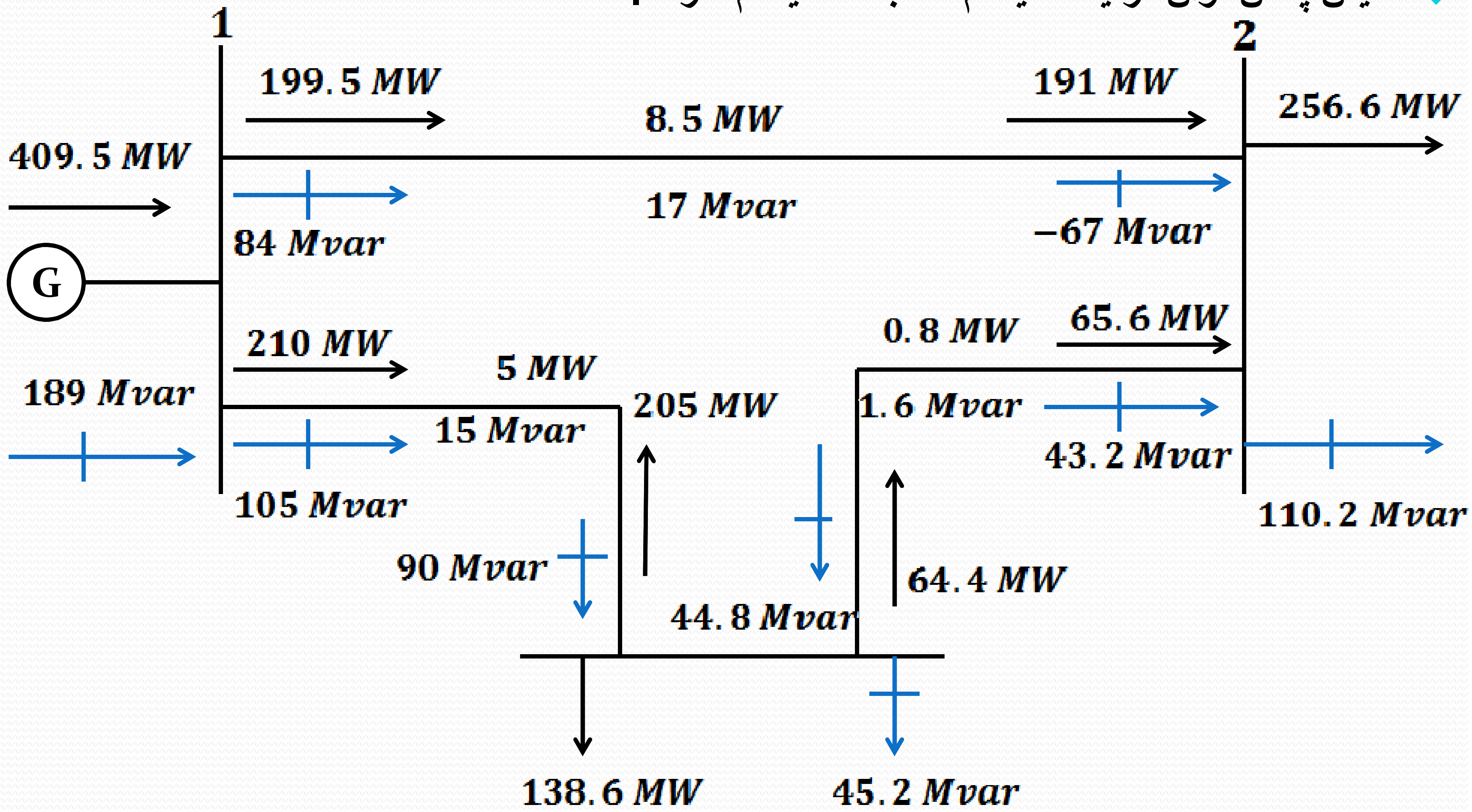
$$S_{32} = 66.4\ \text{MW} + j44.8\ \text{Mvar}$$

$$S_{L12} = S_{12} + S_{21} = 8.5\ \text{MW} + j17\ \text{Mvar}$$

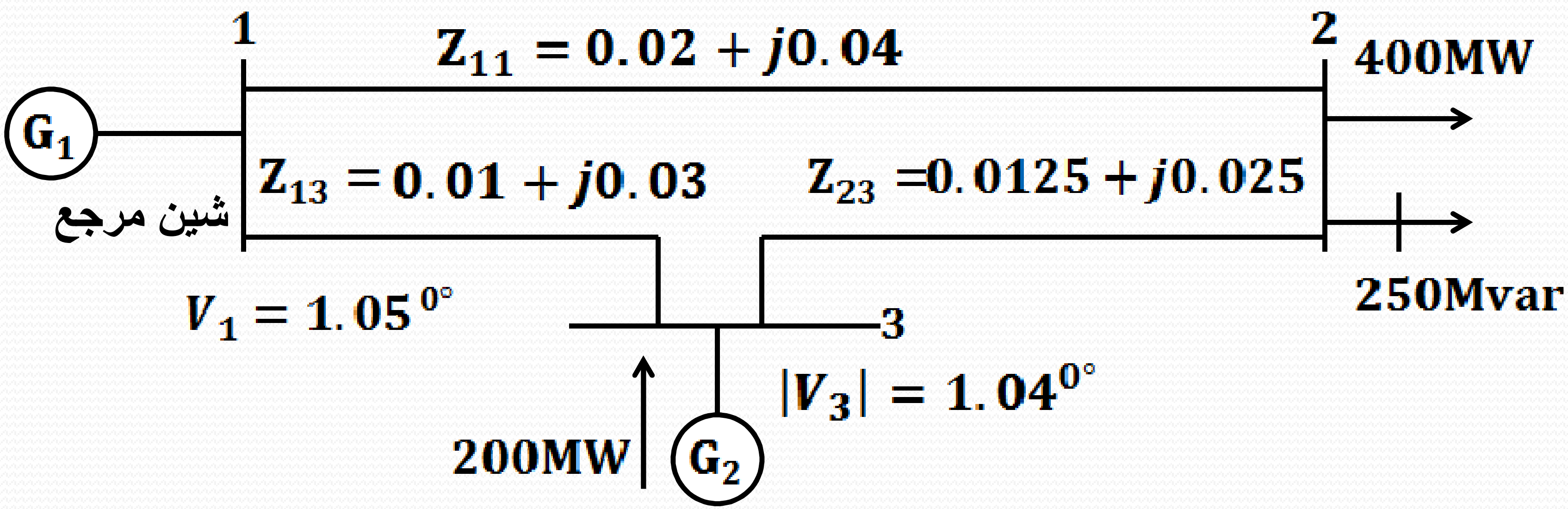
$$S_{L13} = S_{13} + S_{31} = 5\ \text{MW} + j15\ \text{Mvar}$$

$$S_{L23} = S_{23} + S_{32} = 0.8\ \text{MW} + j1.6\text{Mvar}$$

❖ نمایش پخش توان در یک سیستم سه باسه سیستم قدرت .



❖**مثال:** نمایش تک خطی یک سیستم قدرت ساده با سه شین ارائه شده است که دران شینهای 1 و 3 دارای ژنراتور هستند . اندازه ولتاژ شین 1 در مقدار 1.05 PU تنظیم شده است . اندازه ولتاژ شین 3 نیز 1.04 PU تثبیت شده و قدرت تولیدی این شین 200 مگاولت امپر است . بار شین 2 توان 400 مگا وات و 25 مگا ولت امپر مصرف می کند. امپدانس خطوط بر حسب پریونیت در مبنای 100 مگا ولت امپر مشخص شده است و از سوسپتانس بار دهی خط چشم پوشی شده است . با استفاده از روش گوس – سایدل **مسئله** پخش بار را حل کرده و پخش توان و تلفات در خطوط را به دست اورید.



❖ با تبدیل امپدانس به ادمیتانس داریم:

$$y_{12} = \frac{1}{z_{11}} = 10 - j20$$

$$y_{13} = \frac{1}{z_{13}} = 10 - j30$$

$$y_{23} = \frac{1}{z_{23}} = 16 - j32$$

❖ توانهای بار و تولید ان بر حسب PU برابر با:

$$S_2{}^{sch} = -\frac{400 - j250}{100} = -4 - j2.5\, pu$$

$$S_3{}^{sch} = -\frac{200}{100} = 2\, pu$$

❖ شین 1 به عنوان شین مرجع و با تخمین اولیه $V_2^{0^\circ} = 1 + j0.0$ و $V_3^{0^\circ} = 1.04 + j0.00$ ولتاژهای V_2 و V_3 با استفاده از معادله زیر محاسبه می شود .

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{p_i^{sch} - jQ_i^{(K+1)}}{\left|V_i^{(K)}\right|^{*(k)}} + \sum_{j=0}^{n} y_{ij} \times V_j^{(k)}}{Y_{ii} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij}} \quad i \neq j$$

$$V_2^{(1)} = \frac{\dfrac{p_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} + y_{12} \times V_1 + y_{23} \times V_3^{(0)}}{y_{12} + y_{23}}$$

$$= \frac{\dfrac{-4 + 2.5}{1.0 - j0} + (10 + j20)(1.05 + j0) + (16 - j32)(1.04 - j0)}{26 - j52}$$

$$V_2^{(1)} = 0.97462 - j0.042307$$

❖ شین 3 یک شین تنظیم شده است که در ان اندازه ولتاژ و توان حقیقی معلوم می باشد و توان راکتیو را باید محاسبه کرد .

$$Q_3^{(1)} = -j \quad V_3^{*(0)}\left\{\left[V_3^{(0)}(y_{13} + y_{23}) - y_{13} \times V_1 - y_{23} \times V_2^{(1)}\right]\right\}$$

$$Q_3 = -j\left\{(1.04 - j0)\left[(1.04 - j0)(26 - j62) - (10 - j30)(1.05 - j0) - (16 - j32)(0.97492 - j0.04230)\right]\right\}$$

$$Q_3 = 1.16$$

$$V_3^{(1)} = \frac{\dfrac{p_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{\left|V_3^{(K)}\right|^{*(0)}} + y_{13} \times V_1 + y_{23} \times V_2^{(1)}}{y_{13} + y_{23}}$$

❖ انگاه V_3 را به روش گوس سایدل محاسبه می کنیم .

$$= \frac{\frac{2-j1.16}{1.04-j0} + (10+j30)(1.05+j0) + (16-j32)(0.97462-j0.042307-j0)}{26-j62}$$

$$V_3^{(1)} = 1.03783 - j0.00517 = 1.039987$$

$$V_2^{(2)} = \frac{\frac{p_2{}^{sch} - jQ_2{}^{sch}}{V_3{}^{*(1)}} + y_{12} \times V_1 + y_{23} \times V_3{}^{(1)}}{y_{12} + y_{23}}$$

$$\frac{\frac{-4+j2.5}{1.04-j0} + (10+j20)(1.05+j0) + (16-j32)(1.03998+j0.00517)}{26-j52}$$

$$V_2^{(2)} = 0.971057 - j0.043432$$

$$Q_3^{(2)} = -j\left\{V_3^{*(1)}\left[V_3^{*(1)}(y_{13}+y_{23}) - y_{13}\times V_1 - y_{23}\times V_2\right]\right\}$$

$$\left\{(1.029987+j0.0517)\left[(1.029987+j0.0517)(26-j62) - (10-j30)(1.05+j0) - (16-j32)(0.971057-j0.043432)\right]\right\}$$

$$Q_3^{(2)} = 1.38796$$

$$V_3^{(2)} = \frac{\dfrac{p_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(1)}} + y_{13}\times V_1 + y_{23}\times V_2^{(2)}}{y_{13}+y_{23}}$$

$$\frac{\dfrac{2-j1.38796}{1.039987+j0.00517} + (10+j30)(1.05) + (16+j32)(0.971057-j0.073432)}{26-j62}$$

$$V_3^{(2)} = 1.03908 - j0.0073 = 1.039974$$

$$V_2^{(3)} = 0.97073 - j0.04479$$

$$V_2^{(4)} = 0.97065 - j0.04532$$

$$V_2^{(5)} = 0.97062 - j0.04555$$

$$V_2^{(6)} = 0.97061 - j0.04565$$

$$V_2^{(7)} = 0.97061 - j0.04569$$

$$V_2 = 0.97168\angle{-2.6948^{\circ}}\ pu$$

$$S_3 = 2 + j1.4617\ pu$$

$$V_3^{(3)} = 1.03996 - j0.00833$$

$$V_3^{(4)} = 1.03996 - j0.00873$$

$$V_3^{(5)} = 1.03996 - j0.00893$$

$$V_3^{(6)} = 1.03996 - j0.009$$

$$V_3^{(7)} = 1.03996 - j0.00906$$

$$V_3 = 1.04\angle{0.498^{\circ}}\ pu$$

$$S_3 = 2.184 + j1.4085\ pu$$

$$Q_3^{(3)} = 1.42904$$

$$Q_3^{(4)} = 1.44833$$

$$Q_3^{(5)} = 1.45947$$

$$Q_3^{(6)} = 1.45947$$

$$Q_3^{(7)} = 1.46082$$

❖ پخش توان وتلفات در خطوط بر حسب MW و Mvar برابر با :

$$S_{12} = 179.36 + j118.734$$

$$\Rightarrow S_{Loos\,12} = 8.39 + j16.79\ \text{MVA}$$

$$S_{21} = -170.97 - j101.947$$

$$S_{13} = 39.06 + j22.18$$

$$\Rightarrow S_{Loos\,13} = 0.18 + j0.548\ \mathbf{MVA}$$

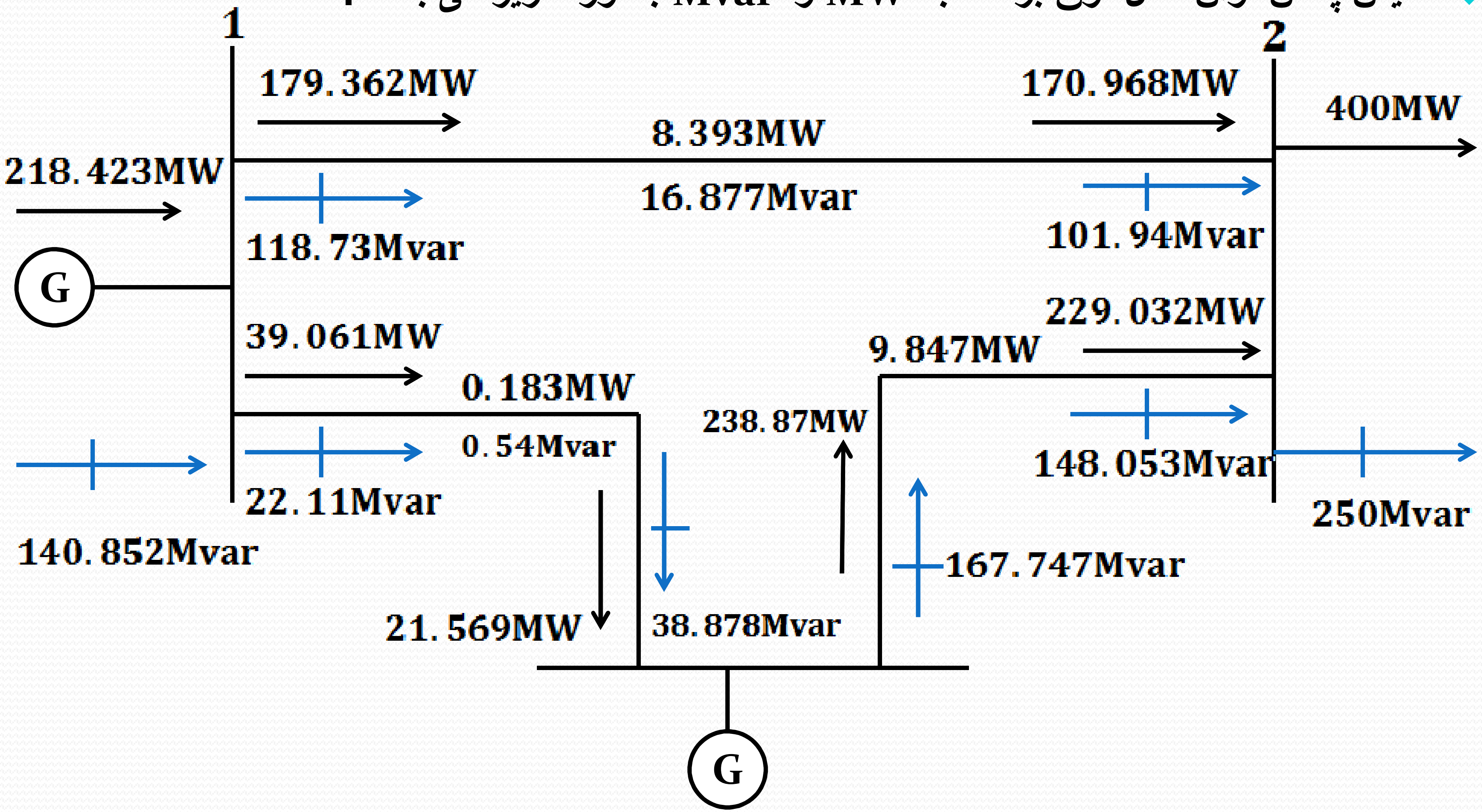
$$S_{31} = -38.88 - j21.569$$

$$S_{23} = -229.03 - j148.05$$

$$\Rightarrow S_{Loss\,23} = 9.85 + j19.69\ \mathbf{MVA}$$

$$S_{32} = 238 + j167.746$$

❖ نمایش پخش توان مثال فوق بر حسب MW و Mvar بصورت زیر می باشد .



❖ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ:

پخش توان اکتیو در یک خط از اختلاف زاویه ولتاژ پایانه ها و پخش توان راکتیو از اختلاف اندازه ولتاژ پایانه ها به دست می اید .

❖ توان های اکتیو و راکتیو با استفاده از ترانسفورماتورهای با تغییر دهنده تپ و ترانسفورماتورهای تنظیم کننده کنترل کرد .

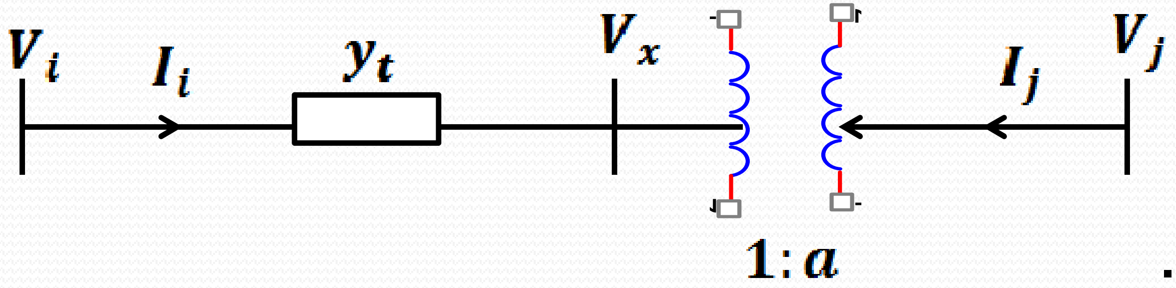
❖نکته: در ترانسفورماتورهای تپ هنگامی که نسبت تبدیل دارای مقادیر اسمی است ترانسفورماتور با ادمیتانس سری بر حسب PU است . با نسبت تبدیل غیر اسمی ادمیتانس غیر اسمی از دید دو سمت ترانس متفاوت است . لذا ادمیتانس باید طوری اصلاح شود که اثر نسبت تبدیل غیر اسمی را منظور کند .

❖ در شکل زیر :

x: شین فرضی .

a: نسبت تبدیل تپ .

محدوده تنظیم 10+ است .



❖ **نکته:** در ترانسفورماتور تغییر دهنده فاز a یک عدد مختلط و شین فرضی x را بین نسبت دور ادمیتانس ترانس در نظر گرفته و با توجه به اینکه توان مختلط در هر دو سمت ترانس ایده ال یکسان است لذا با تغییر زاویه فاز مثبت در ولتاژ یک تغییر زاویه فاز منفی در جریان بوجود می اورد . داریم :

$$\begin{cases} V_x = \frac{1}{a} V_j \ (1) \\ I_i = -a^* I_j \ (2) \\ I_i = (V_i - V_x) y_t \ (3) \end{cases}$$

با توجه به شکل داریم

$$(1),(3) \Longrightarrow I_i = y_t \times V_i - \frac{y_t}{a} V_j \ (4)$$

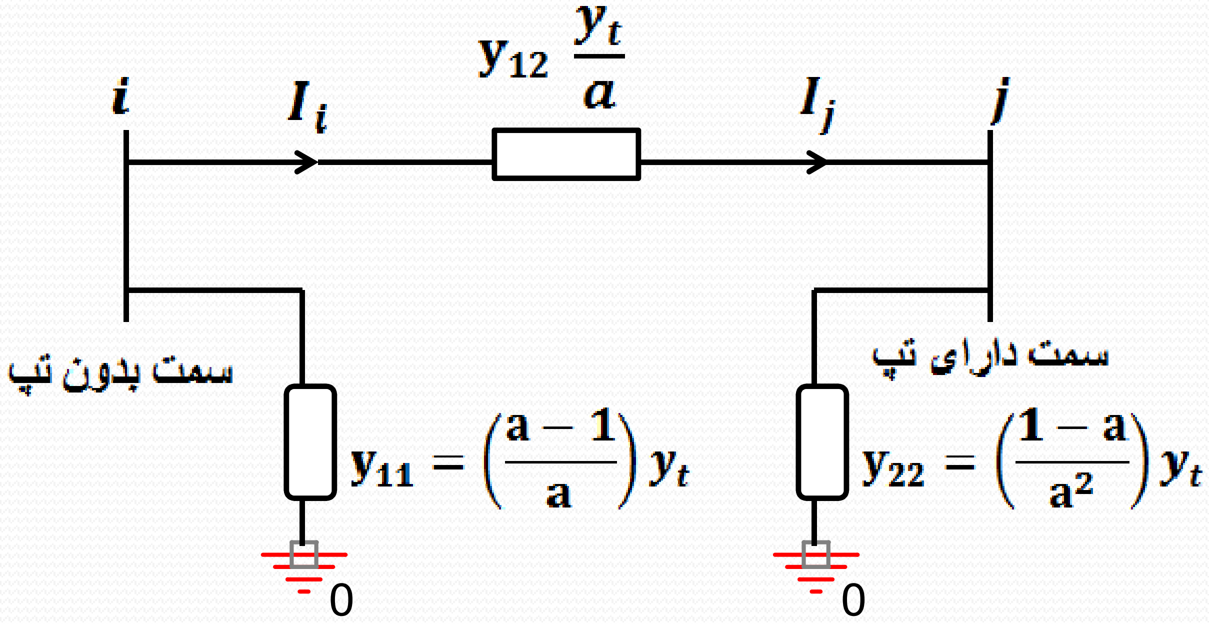
❖ همچنین داریم:

❖ با قرار دادن $I_i = a^* \times I_j$ در رابطه (4) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} I_j = -\frac{1}{a^*} I_i \\ I_j = -\frac{y_t}{a^*} V_i + \frac{y_t}{|a|^2} V_j \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_i = y_t \times V_i - \dfrac{y_t}{a} V_j \\ \\ I_j = -\dfrac{y_t}{a^*} V_i + \dfrac{y_t}{|a|^2} V_j \end{cases} \Longrightarrow \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_t & -\dfrac{y_t}{a} \\ -\dfrac{y_t}{a^*} & \dfrac{y_t}{|a|^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

❖ بنابراین مدل π تبدیل بوسیله ترانس تپ بصورت زیر می باشد .



$$y_{12} = y_{21} = -\frac{y_t}{a}$$

$$y_{11} = y_{11} + y_{12}$$

$$= \left(\frac{a-1}{a^2} + \frac{1}{a}\right) = y_t$$

$$y_{22} = y_{21} + y_{22} = \left(\frac{y_t}{a} + 1\,\frac{1-a}{a^2}\right) y_t = \left(\frac{a+1-a}{a^2}\right) y_t = \frac{y_t}{a^2}$$

❖ حل پخش بار بوسیله نیوتن – رافسون:

حل نیوتن رافسون به علت همگرایی درجه دوم ان نسبت به گوس سایدل برتری دارد و احتمال واگرایی ان در مسائل بر شرایط کمتر است .

❖ در سیستمهای قدرت بزرگ روش نیوتن رافسون موثر و عملی تر است . زیرا :

- تعداد تکرارها لازم برای تعیین پاسخ مستقل از اندازه سیستم بود .
- ارزیابی های تابعی بیشتری در هر تکرار مورد نیاز است .

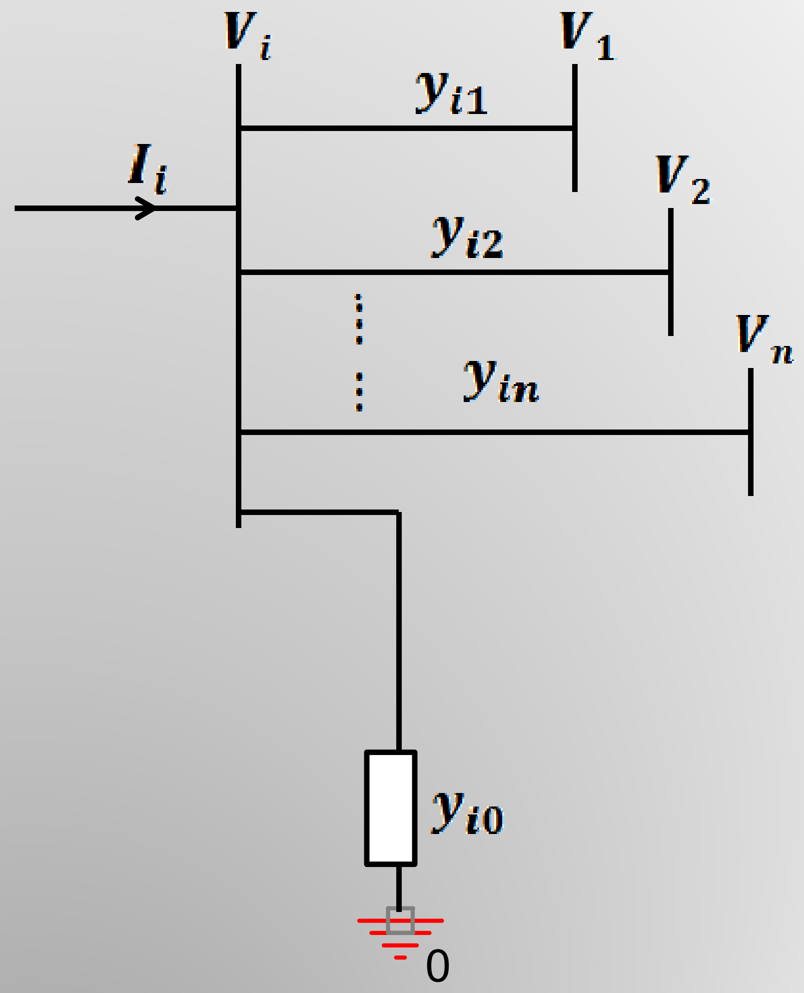
❖ در این روش در مساله پخش بار : توان حقیقی و اندازه ولتاژ شین ها با ولتاژ کنترل شده معلوم است . معادله پخش بار بصورت قطبی فرمول بندی می شود و برای یک شین نوعی از سیستم قدرت نشان داده شده در شکل زیر جریانهای ورودی به شین برابر با:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \times V_j$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$$

$$V_j = |V_j| \angle \delta_j$$

$$\Rightarrow I_i = \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}|\,|V_j| \angle \theta_{ij} + \delta_j$$



❖ توان مختلط شین i برابر با :

$$\begin{cases} S_i = P_i - jQ_i = V_i^{*} \times I_i = |V_i| \angle{-\delta_i} \times \sum_{j=1}^{n} |Y_{ij}|\,|V_j| \angle{\theta_{ij} + \delta_j} \\ V_i^{*} = |V_i| \angle{-\delta_i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i||Y_{ij}|\,|V_j| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \\ Q_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i||Y_{ij}|\,|V_j| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \end{cases}$$

❖ بنابراین برای هر شین باس دو معادله وجود دارد P_i و Q_i وبا بسط سری تیلور دو معادله P_i و Q_i در نزدیکی تخمین اولیه و با چشم پوشی از جملات با درجات بالاتر مجموعه معادلات خطی زیر برای توانهای حقیقی P_i و موهومی Q_i هر باس داریم :

$$
\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(K)} \\ \Delta P_3^{(K)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(K)} \\ \Delta Q_2^{(K)} \\ \Delta Q_3^{(K)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(K)} \end{bmatrix}
=
\left[\begin{array}{cccc|ccc}
\frac{\partial P_i^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(K)}}{\partial |V_n|} \\
\frac{\partial P_3^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_3^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_3^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial |V_2|} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(K)}}{\partial |V_n|} \\
\hline
\frac{\partial Q_i^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(K)}}{\partial |V_n|} \\
\frac{\partial Q_3^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial Q_3^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_3^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial |V_2|} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial \delta_3} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(K)}}{\partial |V_n|}
\end{array}\right]
\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(K)} \\ \Delta \delta_3^{(K)} \\ \vdots \\ \Delta \delta_n^{(K)} \\ \hline \Delta |V_2|^{(K)} \\ \Delta |V_2|^{(K)} \\ \vdots \\ \Delta |V_n|^{(K)} \end{bmatrix}
$$

- تعداد توان اکتیو $n-1$ است .
- تعداد توان راکتیو $n-1-m$ است .
- ابعاد ماتریس ژکوبین برابر با $(2n-2-m)(2m-2-n)$ است.
- ماتریس j_1 دارای ابعاد $(n-1)(n-1)$ است .
- ماتریس j_2 دارای ابعاد $(n-1)(n-1-m)$ است .
- ماتریس j_3 دارای ابعاد $\big(n-(-m)\big)(n-1)$ است .
- ماتریس j_4 دارای ابعاد $(n-1-m)(n-1-m)$ است .
- m تعداد شین سیستم کنترل شده است .
- عناصر قطری و غیر قطری درایه های ماتریسهای ژکوبین j_1 و j_2 و j_3 و j_4 عبارتند از :

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}j_1 & j_2\\ j_3 & j_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta|V|\end{bmatrix}$$

- j_1 (1:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=\sum_{j\neq i}^{n}|V_i|\times|V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i}=-|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)\ i\neq j$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i||Y_{ii}|\cos\theta_{ii} + \sum_{j=1}^{n} |V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$: j_2(2

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j) \;\; i \neq j$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{i\neq j}^{n} |V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$: j_3(3

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = -|V_i||V_j||Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \;\; i \neq j$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i||Y_{ii}|\sin(\theta_{ii}) - \sum_{j\neq i}^{n} |V_j||\mathrm{Y}_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)$$: j_4(4

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \; i \neq j$$

❖ جملات $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ اختلاف بین مقادیر برنامه ریزی شده و محاسبه شده هستند که به توان باقی مانده یا توان پسماند مرسوم بوده وبا روابط زیر نشان می دهند .

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)} \qquad \delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)}$$

$$(5)$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)} \qquad \left|V_i^{(k+1)}\right| = \left|V_i^{(K)}\right| + \Delta\left|V_i^{(k)}\right|$$

❖ روش حل پخش بار از الگوریتم نیوتن رافسون مطابق زیر است :

1- برای شینهای P_i^{sch} و Q_i^{sch} معلوم هستند. اندازه ولتاژ ها و زاویه های فاز انها مساوی مقادیر شین مرجع یا (1.0 و 0.0) در نظر گرفته یعنی $\left|V_i^{(0)}\right| = 1.0$ و $\delta_i^{(0)} = 0.0$ در شین با ولتاژ تنظیم شده که اندازه $|V_i| = 1.0$ و P_i^{sch} معلوم هستند زاویه های فاز انها مساوی زاویه شین مرجع یا 0.0 در نظر گرفته می شود یعنی: $\delta_i^{(0)} = 0.0$

2- برای شینهای بار $P_i^{(k)}$ و $Q_i^{(k)}$ مقادیر $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ به دست می اید . (طبق روابط 5) .

3- برای شین با ولتاژ کنترل شده $P_i^{(k)}$ و $\Delta P_i^{(k)}$ می توان طبق روابط انها محاسبه کرد .

4- عناصر ماتریس ژکوبین با درایه های (J_1, J_2, J_3, J_4) بدست می اوریم .

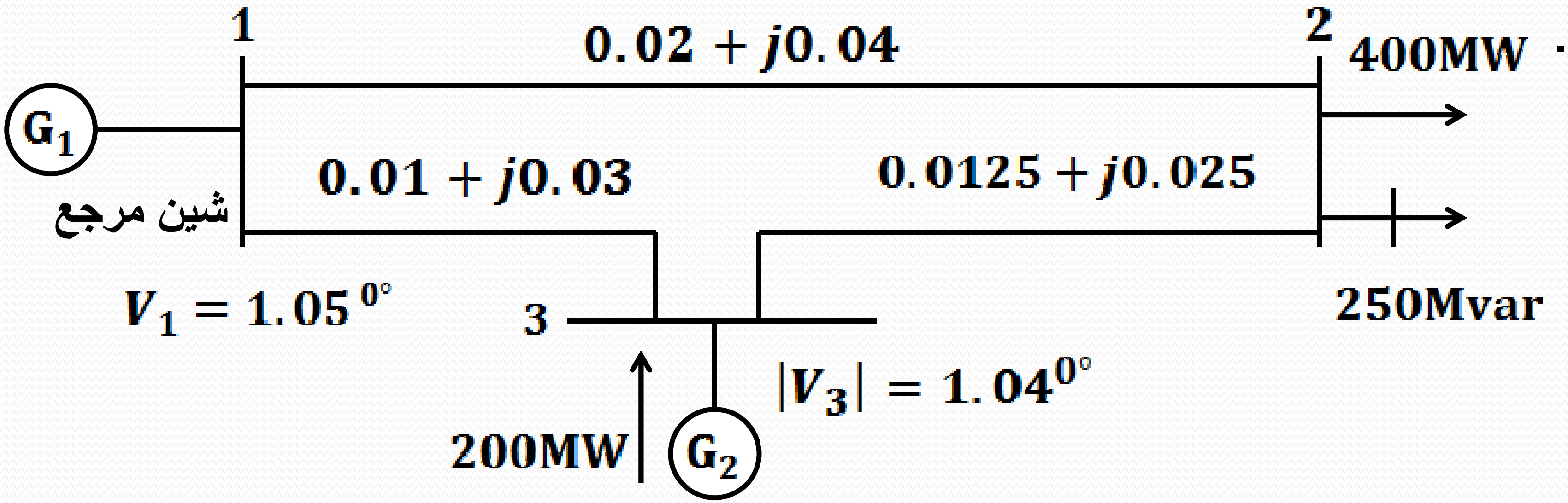
5- دستگاه معدلات خطی همزمان با روش فاکتورگیری مثلثی بهینه مرتب شده و حذف گوسی حل می شود.

6- اندازه وزوایای فاز جدید ولتاژ با استفاده از معادلات زیر محاسبه می شوند .

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)} \qquad |V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(K)}| + \Delta|V_i^{(k)}|$$

7- این فرایند را ان طور ادامه می دهیم تا باقی مانده های $\Delta P_i^{(k)}$ و $\Delta Q_i^{(k)}$ کوچکتر از دقت تعیین شده شوند. یعنی: $|\Delta Q_i^{(k)}| \le \varepsilon$ و $|\Delta P_i^{(k)}| \le \varepsilon$

❖ مثال: شکل زیر مدار تک خطی یک سیستم قدرت سه باسه که دران شینهای 1و3 دارای ژنراتور و اندازه ولتاژ شین یک برابر با 1.05 پریونیت و اندازه ولتاژ شین 3 برابر با 1.04 پریونیت تثبیت شده و قدرت تولیدی این شین 200 مگاوات است بار شین 2 به توان 400 مگاوات و 250 مگاوار مصرف می کند امپدانس خطوط بر حسب پریونیت در مبنای 100 مگاولت امپر مشخص شده و از سوسپتانس بار دهی خط چشم پوشی شده است . با استفاده از روش نیوتن رافسون پخش توان و تلفات خطوط را به دست اورید .



$$Z_{12} = 0.02 + j0.04 \Longrightarrow y_{12} = 10 - j20$$

$$Z_{13} = 0.01 + j0.03 \Longrightarrow y_{13} = 10 - j30$$

$$Z_{23} = 0.0125 + j0.025 \Longrightarrow y_{23} = 16 - j32$$

$$Y_{12} = -y_{12} = -10 + j20 = Y_{21}$$

$$Y_{13} = -y_{13} = -10 + j30 = Y_{31}$$

$$Y_{23} = -y_{23} = -16 + j32 = Y_{32}$$

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} = 20 - j50$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{23} = 26 - j52$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} = 26 - j62$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{22} & Y_{21} & Y_{23} \\ Y_{33} & Y_{23} & Y_{31} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} =$$

$$\mathrm{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} 3.85165^{\langle -1.9029^{\circ} \rangle} & 22.36068^{\langle 2.0344^{\circ} \rangle} & 31.62278^{\langle 1.8925^{\circ} \rangle} \\ 22.36068^{\langle 2.0344^{\circ} \rangle} & 58.13777^{\langle -1.1071^{\circ} \rangle} & 35.77709^{\langle 2.0344^{\circ} \rangle} \\ 31.62278^{\langle 1.8925^{\circ} \rangle} & 35.77709^{\langle 2.0344^{\circ} \rangle} & 67.23095^{\langle -1.1737^{\circ} \rangle} \end{bmatrix}$$

- با استفاده از رابطه های

$$P_i = -\sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||\mathrm{Y}_{ij}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) + \sum_{i=0}^{n} |V_i| \mathrm{Y}_{ij} \times \cos \theta_{ii}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||\mathrm{Y}_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

می توان توانهای اکتیو و راکتیو شینهای 2 و 3 و توان راکتیو شین 2 را محاسبه کرد .

$$P_2 = |V_1||V_2||Y_{12}|\cos(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2|^2|Y_{12}|\cos\theta_{22}$$
$$+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_3)$$

$$P_3 = |V_3||V_1||Y_{13}|\cos(\theta_{13} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2)$$
$$+|V_3|^2|Y_{23}|\cos\theta_{33}$$

$$Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_3 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

- عناصر ماتریس ژکوبین با مشتق گیری از معادلات بالا بر حسب δ_2 و δ_3 و $|V_2|$ تعیین می شوند

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} = |V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + 2|V_2||Y_{22}|\cos\theta_{22}$$
$$+ |V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -|V_3||V_2||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_C}{\partial \delta_C} = |V_3||V_1||Y_{13}|\sin(\theta_{13} - \delta_3 + \delta_1) + |V_3||V_2||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} = |V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{12}|\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} = -|V_1||Y_{12}|\sin(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) - 2|V_2||Y_{22}|\sin(\theta_{22})$$

$$-|V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$S_2{}^{sch} = \frac{400 + j250}{100} = -4 - j2.5\ pu \qquad V_1 = 1.05^{\langle 0^\circ \rangle}\ pu$$

$$P_3{}^{sch} = \frac{200}{100} = 2\ pu \qquad V_3 = 1.04^{\langle 0^\circ \rangle}\ pu$$

❖ تخمین اولیه $|V_2| = 1\,pu$ و $\delta_2{}^{(0)} = 0.0$ و $\delta_3{}^{(0)} = 0.0$ باقی مانده توانها برابر با :

$$P_2{}^{(0)} = |V_2|^{(0)}|V_1|^{(0)}|Y_{12}|\cos(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) + \left|V_2{}^{(0)}\right|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22})$$
$$+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$P_2{}^{(0)} = 1 \times 1.05 \times 22.36068\cos(2.0344 - 0 + 0)$$
$$+1^2 \times \cos(-1.1071) + 1 \times 1.04 \times 35.77709 \times \cos(2.0344 - 0 + 0)$$

$$P_2{}^{(0)} = -1.14\,pu$$

$$\Delta P_2{}^{(0)} = P_2{}^{sch} - P_2{}^{(0)} = -4 - (1.14) = -2.86$$

$$P_3{}^{(0)} = |V_3|^{(0)}|V_1|^{(0)}|Y_{31}|\cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1)$$
$$+|V_3|^{(0)}|V_2|^{(0)}|Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2) + \left|V_3{}^{(0)}\right|^2|Y_{33}|\cos\theta_{33}$$

$$P_3^{(0)} = 1.04 \times 1.05 \times 31.62278 \times \cos(1.8925 - 0 + 0) + 1.04 \times 1$$

$$\times 35.77709 \times \cos(1.8925 - 0 + 0) + 1.04^2 \times 167.23095 \times \cos(-1.1737)$$

$$P_3^{(0)} = 0.5616$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2 - 0.5616 = 1.4384\ pu$$

$$Q_2^{(0)} = -|V_2|^{(0)}|V_1|^{(0)}|Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) - \left|V_2^{(0)}\right|^2 |Y_{22}|\sin(\theta_{22})$$

$$-|V_2|^{(0)}|V_3|^{(0)}|Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$Q_2^{(0)} = -1 \times 1.05 \times 22.36068 \times \sin(2.0344 - 0 + 0) - 1^2 \times 58.13777$$

$$\times \sin(-1.1071) - 1 \times 1.04 \times 25.77709 \times \sin(2.0344 - 0 + 0)$$

$$Q_2^{(0)} = -2.28$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2.5 - (-2.2) = 0.22\ pu$$

$$j_{bus} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3^{(0)}}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3^{(0)}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2^{(0)}}{\partial |V_2|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54.28 & -33.28 & 24.86 \\ -33.28 & 66.04 & -16.64 \\ -27.14 & 16.64 & 49.72 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_2^{(0)}}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3) =$$

$$1 \times 1.05 \times 22.36068 \times \sin(2.0344) + 1 \times 1.04 \times 35.7709 \times \sin(2.0344 - 0 + 0) = 54.28$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2{}^{(0)} \\ \Delta P_3{}^{(0)} \\ \Delta Q^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.86 \\ 1.4384 \\ 0.22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54.28 & -33.28 & 2486 \\ -33.28 & 66.04 & -16.64 \\ -2714 & 16.64 & 49.72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2{}^{(0)} \\ \Delta \delta_3{}^{(0)} \\ \Delta |V_2|^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_2{}^{(0)} = -0.045263 \qquad \delta_2{}^{(1)} = 0 + (0.045263) = -0.045263$$

$$\Delta \delta_3{}^{(0)} = -0.007718 \qquad \delta_3{}^{(1)} = 0 + (0.007718) = -0.007718$$

$$\Delta |V_2|^{(0)} = -0.026548 \qquad \left|V_2{}^{(1)}\right| = 1 + (-0.026548) = 0.97345$$

در تکرار دوم زاویه فاز ولتاژ برحسب رادیان هستند لذا داریم :

$$\begin{bmatrix} -0.099218 \\ 0.021715 \\ -0.050914 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.721675 & -31.765618 & 21.302567 \\ -32.981642 & 65.656383 & -15.379086 \\ -28.538577 & 17.402828 & 48.103589 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2{}^{(0)} \\ \Delta \delta_3{}^{(0)} \\ \Delta |V_2|^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\delta_2^{(1)} = -0.001795$$

$$\delta_3^{(1)} = -0.000985$$

$$\Delta\left|V_2^{(1)}\right| = -0.001767$$

$$\delta_2^{(2)} = \delta_2^{(1)} + \Delta\delta_2^{(1)} = -0.045263 + (-0.001795) = -0.04706$$

$$\delta_3^{(2)} = \delta_3^{(1)} + \Delta\delta_3^{(1)} = -0.007718 + (-0.000985) = -0.00870$$

$$\left|V_2^{(2)}\right| = 0.97345 + (-0.001767) = 0.971684$$

❖ در تکرار سوم :

$$\begin{bmatrix} -0.0000216 \\ 0.000038 \\ -0.0000143 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.596701 & -31.693866 & 21.147447 \\ -32.933865 & 65.597585 & -15.351628 \\ -28.548205 & 17.396932 & 48.954870 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta|V_2|^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Delta\delta_2^{(2)} = -0.000038 \\ \Delta\delta_3^{(2)} = -0.0000024 \\ \Delta|V_2^{(2)}| = -0.0000044 \end{cases}$$

$$\delta_2^{(3)} = -0.47085 - (-0.000028) = 0.04706$$

$$\delta_3^{(3)} = -0.008703 + (-0.0000024) = 0.008705$$

$$|V_2^{(3)}| = 0.971684 + (-0.0000044) = 0.97168$$

❖ همگرایی در تکرار سوم با حداکثر عدم تطابق توان 2.5×10^{-4} حاصل می شود. که در ان خواهیم داشت .

$$V_2 = 0.97168\angle{-2.696^\circ} \qquad V_3 = 1.04\angle{0.4988^\circ}$$

❖ با داشتن اندازه $V_2, V_3, \delta_2, \delta_3$ می توان اندازه های پارامترهای Q_1, P_1, Q_3 را نیز به دست اورد.

$$Q_3 = -|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32} - \delta_3 + \delta_2) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})$$

$$Q_3 = 1.4617\, pu$$

$$Q_1 = -|V_1|^2|Y_{11}|\sin(\theta_{11}) - |V_1||V_2||Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) - |V_1||V_3||Y_{13}|\sin(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3)$$

$$Q_1 = 1.4085\, pu$$

$$P_1 = |V_1|^2|Y_{11}|\cos(\theta_{11}) + |V_1||V_2||Y_{12}|\cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2)$$
$$+|V_1||V_3||Y_{13}|\cos(\theta_{13} - \delta_1 + \delta_3)$$

$$P_1 = 2.1842\, pu$$

❖حل پخش بار به روش مجزا سریع:

در خطوط انتقال سیستم قدرت که دارای $\frac{X}{R}$ بالایی می باشد . در چنین سیستمی حساسیت تغییرات توان حقیقی (ΔP) به تغییرات اندازه ولتاژ $(\Delta|V|)$ کمتر و به تغییرات زاویه فاز $(\Delta\delta)$ بیشتر است .

- به همین ترتیب تغییرات توان راکتیو به تغییرات زاویه کمتر حساس بوده و وابستگی زیادی به تغییرات اندازه ولتاژ $(\Delta|V|)$ دارد . بنابراین قابل توجیه است .

❖ j_2 و j_3 از ماتریس ژاکوبین برابر صفر است . یعنی :

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}j_1 & 0\\ 0 & j_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta|V|\end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{cases}\Delta P=j_1\times\Delta\delta=\left[\dfrac{\delta P}{\delta\delta}\right]\Delta\delta\\[2ex] \Delta Q=j_4\times\Delta|V|=\left[\dfrac{\delta Q}{\delta|V|}\right]\Delta|V|\end{cases}$$

❖ پس معادله ماتریسی به دو معادله مجزا تبدیل شده است. بنابراین محاسبه j_1 و j_4 بصورت زیر انجام می شود .

❖ رابطه محاسبه j_1 برابر با :

$$\frac{\partial P_i}{\partial\delta_i}=\underbrace{\sum_{j\neq i}^{n}|V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}-\delta_i+\delta_j)}_{-Q_i}-|V_i|^2|Y_{ii}|\sin\theta_{ii}$$

❖ با جایگزینی $-Q_i$ داریم :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin\theta_{ii}$$

$$\beta_{ii}|Y_{ii}|\sin\theta_{ii} \Longrightarrow \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 \beta_{ii}$$

❖ در یک سیستم قدرت نوعی $\beta_{ii} \gg Q_i$ پس می توان از $-Q_i$ چشم پوشی کرد .

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -|V_i|^2 \beta_{ii}$$

❖ در شرایط بهره برداری عادی $\delta_j - \delta_i$ خیلی کوچک است لذا در رابطه

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

در حالتی که $\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \cong \theta_{ij}$ عناصر غیر قطری J_1 بصورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j||Y_{ij}| \sin\theta_{ii} = -|V_i||V_j|\,\beta_{ij}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -|V_i||V_j|\,\beta_{ij} \xrightarrow[\text{در حالت تقریبی}]{|V_j| \cong 1} \frac{\delta P_i}{\delta \delta_j} = -|V_i|\beta_{ij}$$

$$\beta_{ij} = |Y_{ij}| \sin\theta_{ij}$$

- به همین ترتیب هر یک از عناصر که در معادله ارائه شده است بصورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} - \sum_{j=1}^{n} |V_i||V_j||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i||Y_{ii}|\sin\theta_{ii} + Q_i$$

- از انجایی که $\beta_{ii} = Y_{ii}\sin\theta_{ii} \gg Q_i$ می باشد Q_i قابل چشم پوشی است

انگاه داریم :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -|V_i|\,\beta_{ii}$$

❖ به همان ترتیب برای معادله زیر داریم :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (1) \qquad\qquad \theta_{ij} - \delta_i + \delta_j \cong \theta_{ij} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Longrightarrow \frac{\delta Q_i}{\delta |V_j|} = -|V_i|\beta_{ij}$$

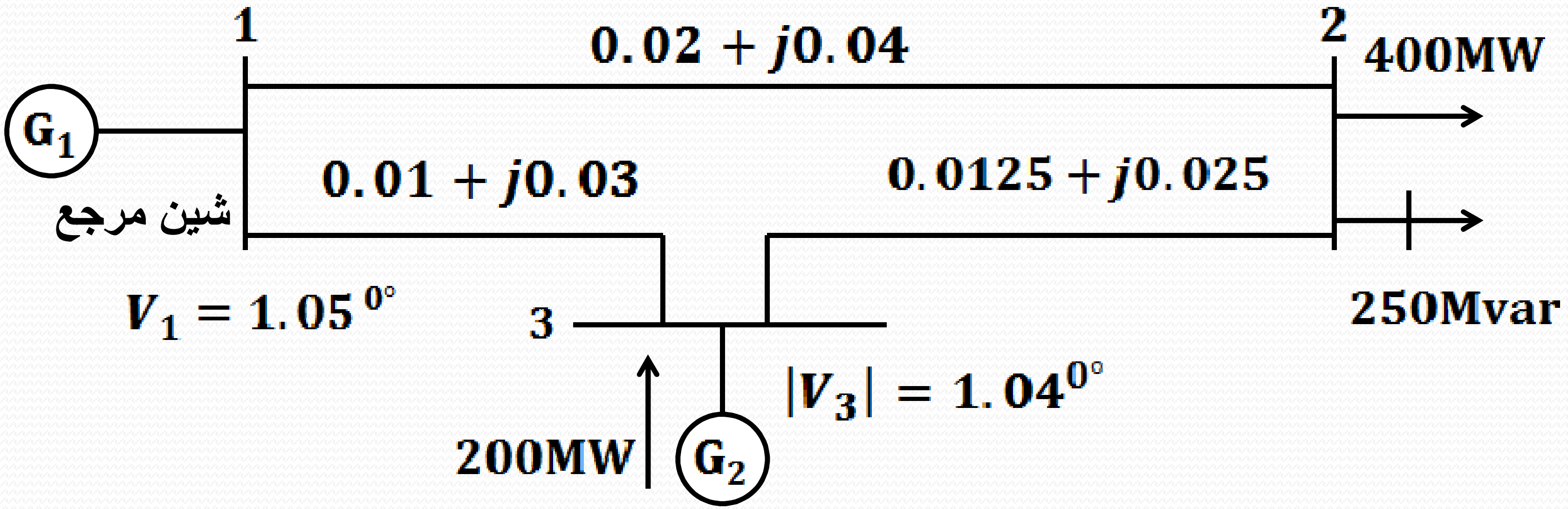
❖ بنابراین در الگوریتم پخش بار مجزای سریع تغییرات متوالی اندازه ولتاژ و زاویه فاز برابر با:

$$\frac{\Delta P}{|V_i|} = -\beta' \Delta\delta \Longrightarrow \Delta\delta = -[\beta']^{-1} \times \frac{\Delta P}{|V_i|}$$

$$\frac{\Delta Q}{|V_i|} = -\beta'' \Delta|V| \Longrightarrow \Delta|V| = -[\beta'']^{-1} \times \frac{\Delta Q}{|V_i|}$$

❖ و β', β'' قسمتهای موهومی ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} هستند .
β' دارای مرتبه (n-1) و β'' دارای مرتبه $(n-1-m)$ است که ان m تعداد شینها با ولتاژ تنظیم شده می باشد و n تعداد کل شینها می باشد .

❖ **مثال:** در مدار تک خطی یکگ سیستم قدرت ساده سه باسه شین ارائه شده است که دران شینهای 1 و 3 دارای ژنراتور و اندازه ولتاژ شین 1 برابر با 1.05 پریونیت و اندازه ولتاژ شین 3 برابر با 1.04 پریونیت تثبیت شده و قدرت تولیدی این شین 200 مگاوات است بار شین 2 به توان 400 مگاوات و 250 مگاوار مصرف می کند امپدانس خطوط بر حسب پریونیت در مبنای 100 مگاولت امپر مشخص شده و از سوسپتانس بار دهی خط چشم پوشی شده است . پخش بار سیستم را با استفاده از روش مجزای سریع بدست اورید .



❖ توانهای بار و تولیدی بر حسب پریونیت عبارتند از .

$$y_{12} = 10 - j20 \Longrightarrow \frac{1}{Z_{12}}$$

$$y_{13} = 10 - j30 \Longrightarrow \frac{1}{Z_{13}}$$

$$y_{23} = 16 - j32 \Longrightarrow \frac{1}{Z_{23}}$$

$$S_2^{sch} = S_G - S_D = \frac{0-(400+j250)}{100} = -4 - j2.5\,pu$$

$$P_3^{sch} = \frac{200}{100} = 2\,pu$$

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} = 20 - j50$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{23} = 26 - j52$$

$$V_3 = 1.04^{\langle 0^\circ \rangle}\,pu$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} = 26 - j62$$

$$V_1 = 1.05^{\langle 0^\circ \rangle}\,pu$$

$$Y_{12} = -y_{12} = -10 + j20 = Y_{21}$$

$$Y_{13} = -y_{13} = -10 + j30 = Y_{31}$$

$$Y_{23} = -y_{23} = -16 + j32 = Y_{32}$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{22} & Y_{21} & Y_{23} \\ Y_{33} & Y_{23} & Y_{31} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} =$$

❖ در این حالت شین 1 به عنوان شین مرجع است ماتریس سوسپتانس شین مرجع برای ارزیابی زاویه فاز $\Delta\delta_2$ و $\Delta\delta_3$ عبارتند از :

$$\beta' = \begin{bmatrix} -52 & 32 \\ 32 & -62 \end{bmatrix} \Longrightarrow [\beta']^{-1} = \begin{bmatrix} -0.02812 & -0.014545 \\ -0.014545 & -0.023636 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = |V_1||V_2||Y_{12}|\cos(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos\theta_{22}$$
$$+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_3)$$

$$P_3{}^{(0)} = |V_3|^{(0)}|V_1|^{(0)}|Y_{31}|\cos(\theta_{31} - \delta_3 + \delta_1)$$
$$+|V_3|^{(0)}|V_2|^{(0)}|Y_{23}|\cos(\theta_{23} - \delta_3 + \delta_2) + \left|V_3{}^{(0)}\right|^2|Y_{33}|\cos\theta_{33}$$

$$Q_2{}^{(0)} = -|V_2|^{(0)}|V_1|^{(0)}|Y_{12}|\sin(\theta_{12} - \delta_2 + \delta_1) - \left|V_2{}^{(0)}\right|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22})$$
$$-|V_2|^{(0)}|V_3|^{(0)}|Y_{23}|\sin(\theta_{23} - \delta_2 + \delta_3)$$

$$\begin{cases} P_2^{(0)} = -1.14\ pu \\ P_3^{(0)} = 0.5616 \\ Q_2^{(0)} = -2.28 \end{cases}$$

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -4 - (1.14) = -2.86$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2 - 0.5616 = 1.4384\ pu$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2.5 - (-2.2) = 0.22\ pu$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \end{bmatrix} = [\beta']^{-1} \times \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_2^{(0)}}{|V_2|^{(0)}} \\ \dfrac{\Delta P_3^{(0)}}{|V_2|^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.02812 & -0.014545 \\ -0.014545 & -0.023636 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{-2.860}{1} \\ \dfrac{1.4384}{1.04} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Delta\delta_2^{(0)} = -0.060483 \\ \Delta\delta_3^{(0)} = -0.008909 \end{cases} \qquad \beta'' = [-52]$$

$$\Delta V_2 = [\beta'']^{-1} \left[\frac{\Delta Q}{|V|}\right] = -\left[\frac{-1}{52}\right] \times \left[\frac{-0.22}{1.0}\right] = -0.0042308$$

❖ بنابراین ولتاژ جدید شینها در تکرار اول:

$$\Delta\delta_2^{(0)} = -0.060483$$

$$\Delta\delta_3^{(0)} = -0.008909$$

$$\Delta|V_2|^{(0)} = -0.0042308$$

$$\delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2^{(0)} = 0 + 1 - (0.060483) = -0.060483$$

$$\delta_3^{(1)} = \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3^{(0)} = 0 + 1 - (0.008989) = -0.08989$$

$$\left|V_2^{(1)}\right| = 1 + (0.0042308) = 0.995769$$

- **طبق جدول 3-6 پس از 14 بار تکرار :**

$$\delta_2^{(14)} = -0.047064 \qquad \delta_3^{(14)} = -0.008706 \qquad \left|V_2^{(14)}\right| = 0.971680$$

$$\Delta P_2^{(14)} = -0.000053\, pu \qquad \Delta P_2^{(14)} = 0.000053\, pu$$

$$\Delta Q_3^{(14)} = -0.000250\, pu$$

$$
\begin{cases}
V_2 = 0.97168^{\langle -2.696^{\circ} \rangle} \\
V_3 = 1.04^{\langle 0.4988^{\circ} \rangle}\ pu
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
Q_3 = 1.4617\ pu \\
P_1 = 2.1842\ pu \\
Q_1 = 1.4085\ pu
\end{cases}
$$

فصل هفتم

❑توزیع بهینه تولید

- در سیستمهای قدرت واقعی نیروگاه ها در فواصل متفاوتی از مراکز بار قرار دارند و به تبع ان هزینه تولید در شرایط بهره برداری عادی متفاوت است لذا ظرفیت تولید بیش از مجموع تقاضای بار و تلفات است .
- **هدف در یک سیستم قدرت پیوسته:**

اینست که با برنامه ریزی تولید “ توانهای تولیدی اکتیو و راکتیو هریک از نیروگاه ها چنان باشد که هزینه بهره برداری حداقل گردد.

یعنی ژنراتورها مجازند در محدوده معینی توانهای اکتیو و راکتیو خود را چنان تغییر دهند که تقاضای بار مشخص با حداقل سوخت تامین گردد. این مسئله را پخش بار بهینه (opf) می گویند .

- این عمل با حداقل نمودن (کمینه سازی) توابع منتخب انجام می شود . در حالی که عملکرد سیستم بر حسب محدودیتهای توانایی ژنراتور و خروجی تجهیزات جبران ساز در قابل قبولی حفظ می گردد به این توابع هدف توابع هزینه می گویند .
- **نکته:** برنامه ریزی موثر توان راکتیو باعث بهبود بهره برداری اقتصادی و امنیت سیستم می گردد.
- **نکته:** هدف از بررسی پخش بار بهینه و مطالعه ی ان ارائه الگوریتم ها با استفاده از شیوه هاو توابع هدف می باشد .
- **روشهای ارائه الگوریتمهای پخش بار بهینه:**

1- توزیع اقتصادی تولید توان اکتیو .

2- کاهش هزینه های تولید .

3- توزیع اقتصادی تولید .

4- کاهش هزینه بهره برداری با چشم پوشی از تلفات .

5- بهینه سازی توابع غیر خطی .و

6- بهینه سازی بدون قید پارامترها .

❖ شرط لازم برای کمینه سازی تابع هدف " مستق گیری از تابع هدف f نسبت متغیرها و مساوی قرار دادن انها با صفر بدست می اید .

$f(x_1, x_2 \ldots, x_n)$ تابع هدف است $\Longrightarrow$ $\dfrac{\partial f}{\partial X_i} = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$

$$\Longrightarrow \nabla f = 0 \Longrightarrow \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}, \frac{\partial f}{\partial X_2} \cdots\cdots, \frac{\partial f}{\partial X_n}\right) = 0$$

❖ این تابع را تابع بردار گرادیان می گویند و جملات مربوط به مشتقهای دوم بصورت زیر می باشد .

$$H = \frac{\partial f}{\partial X_i \times \partial X_j}$$

❖ معادله فوق منجر به تولید یک ماتریس متقارن می گردد که به ان ماتریس هسیان تابع هزینه یا تابع هدف (تابع f) می گویند .

- هنگامی که مشتق f در نقاط حدی محلی $(x_1, x_2, \dots \widehat{x_n})$ صفر شود برای اینکه f یک کمینه نسبی داشته باشد ماتریس هسیان محاسبه شده در نقطه $(x_1, x_2, \dots \widehat{x_n})$ باید یک ماتریس مثبت معین باشد.
- برای تحقق این شرط لازم است تمام مقادیر ویژه ماتریس هسیان محاسبه شده در نقطه $(x_1, x_2, \dots \widehat{x_n})$مثبت باشد.
- بطور کلی روش محاسبه مقدار کمینه :

1- محاسبه مشتق جزئی .

2- مساوی قرار دادن انها با صفر .

3- حل انها برای تعیین مقادیر پارمترها .

- مثال: کمینه تابع زیر را بدست اورید .

$$f(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = {x_1}^2 + 2{x_2}^2 + 3{x_3}^2 + x_1x_2 + x_2x_3 - 8x_1 - 16x_2 - 32x_3 + 110$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 + x_2 - 8 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 4x_2 + x_1 + x_3 - 16 = 0 \Longrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ 32 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = 6x_2 + x_3 - 32 = 0$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \Longrightarrow (\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}) = (3, 2, 5) \Longrightarrow f(3, 2, 5) = 2$$

- برای تشخیص کمینه بودن این نقطه مشتقهای دوم را محاسبه نموده و ماتریس هسیان بصورت زیر تشکیل می گردد.

$$H(\widehat{X}) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مقادیر ویژه تابع}} 1.5\,, 4\,, 6.45 > 0$$

- نقطه (3 و 2 و 5) یک نقطه کمینه است $\Longrightarrow$ ماتریس هسیان یک ماتریس مثبت معین است
- بهینه سازی مقید پارامترها :

- قیود تساوی هنگامی رخ می دهد که در میان پارامترهای منتخب وابستگی های تابعی وجود داشته باشد .

- هدف کمینه سازی تابع هزینه است .

$$f(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \ldots, \widehat{x_n})$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

$$g_i(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \ldots, \widehat{x_n}) = 0$$

- این نوع مسائل با استفاده از ضریب لاگرانژ می توان حل نمود.
- $\mathcal{L}$: لاگرانژ .

$$\mathcal{L} = F + \sum_{j=1}^{n} \lambda_i g_i$$

- در این روش با استفاده از (λ) یک بردار K عنصری از کمیتهای تعیین نشده " یک تابع هزینه اضافه شده بوجود می اورد .

- شرط لازم برای نقاط کمینه محلی با قید L بصورت زیر بدست می ایند .

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = \frac{\partial f}{\partial x} + \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial X_i} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i = 0$$

- **مثال:** با استفاده از ضریب لاگرانژ برای حل بهینه سازی مقید پارامترها فاصله کمینه از مبدا مختصات صفحه xy را تا دایره ای با معادله زیر بدست اورید .

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 25 \quad , \quad f(x,y) = x^2 + y^2$$

$$g = (x-8)^2 + (y-6)^2 - 25 = 0$$

$$\mathrm{L} = F + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i g_i = x^2 + y^2 + \lambda\left((x-8)^2 + (y-6)^2 - 25\right)$$

❖ شرط لازم برای نقاط حدی عبارتند از :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2x + \lambda(2x - 16) = 0 \Longrightarrow 2x(\lambda + 1) = 16\lambda$$

$$x = \frac{8\lambda}{\lambda + 1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2y + \lambda(2y - 12) = 0 \Longrightarrow 2y(\lambda + 1) = 12\lambda$$

$$y = \frac{6\lambda}{\lambda + 1} \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = (x - 8)^2 + (y - 6)^2 - 25 = 0 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \left(\frac{-8}{\lambda + 1}\right)^2 + \left(\frac{6\lambda}{\lambda + 1}\right)^2 - 25 = 0 \Longrightarrow 64 + 36 - 25(\lambda + 1)^2 = 0$$

$$25\lambda^2 + 50\lambda^2 + 25 - 100 = 0 \Longrightarrow \lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0$$

$$(\lambda + 3)(\lambda - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \lambda = 1 \Longrightarrow (4,3) \\ \lambda = -3 \Longrightarrow (12,9) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{6\lambda}{\lambda + 1} \\ x = \dfrac{8\lambda}{\lambda + 1} \end{cases} \Longrightarrow \frac{y}{x} = \frac{6\lambda}{8\lambda} \Longrightarrow y = \frac{3}{4}x$$

$$\begin{cases} \lambda = 1 \\ y = \dfrac{3}{4}x \end{cases} \qquad \begin{aligned} &\mathrm{L} = x^2 + y^2 + \lambda\left((x-8)^2 + (y-6)^2 - 25\right) = 0 \\ &\mathrm{L} = x^2 + \frac{9}{16}x^2 + 1\left((x-8)^2 + \left(\frac{3}{4}x - 6\right)^2 - 25\right) = 0 \end{aligned}$$

$$\mathrm{L} = x^2 - 16x + 48 = 0 \Longrightarrow (x-12)(x-4) = 0 \begin{cases} x = 4 \Longrightarrow y = 3 \\ x = 12 \Longrightarrow y = 9 \end{cases}$$

❖ در بسیاری موارد حل سیستم امکان پذیر نیست پس بروش تکراری حل شود .

$$x = \frac{8\lambda}{\lambda + 1}$$

$$y = \frac{6\lambda}{\lambda + 1} \Longrightarrow f(\lambda) = \frac{25}{16}x^2 - 25x + 75 = 0$$

$$\frac{25 \times 64 \times \lambda^2}{16 \times (\lambda + 1)} - \frac{25 \times 8\lambda}{\lambda + 1} + 75 = 0$$

$$f(\lambda) = \frac{100 \times \lambda^2}{(\lambda + 1)^2} - \frac{200\lambda}{\lambda + 1} + 75 = 0$$

❖ تخمین اولیه $\lambda = 0.4$ می باشد .

$$\lambda = 0.4 \Longrightarrow \begin{cases} x = 2.2857 \\ y = 1.7134 \end{cases}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{-\Delta f(\lambda^{(k)})}{\left(\frac{df}{d\lambda}\right)^{k}} \Longrightarrow j^{(0)} = \frac{df(\lambda)}{d\lambda} = \frac{-200}{(\lambda^{(0)}+1)^2}$$

$$j^{(0)} = \frac{-200}{(1.04)^2} = -72.8863$$

$$j = \frac{df(\lambda)}{d\lambda} = \frac{200\lambda}{(\lambda+1)^3} - \frac{200}{(\lambda+1)^2} = \frac{-200}{(\lambda+1)^3}$$

$$\Delta f^{(0)} = f(\lambda = 0.4) = 26.03$$

$$\Delta\lambda^{(0)} = \frac{-\Delta f}{j} = \frac{-26.03}{-72.8863} = 0.3571$$

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} + \Delta\lambda^{(0)} = 0.4 + 0.357 = 0.757 \Longrightarrow \begin{cases} x = 3.4468 \\ y = 2.858 \end{cases}$$

.

$$\Delta f^{(1)} = f(\lambda = 0.757) = 7.3934$$

$$j = \frac{df(\lambda)}{d\lambda} = \frac{-200}{(\lambda^{(1)} + 1)^2} = -36.8735$$

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{-\Delta f}{j} = \frac{-7.3934}{-36.8735} = 0.2005 \qquad \lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} + \Delta\lambda^{(1)} = 0.9575$$

تکرار	ΔF	j	Δλ	λ	x	y
3	1.0972	-26.6637	0.0411	0.9575	3.9132	2.9349
4	0.0337	-25.0505	0.0013	0.9987	3.9973	2.9980
5	0.000	-25.0001	0.0000	1.0000	4.0000	3.0000

❖بهینه سازی مقید پارامترها:

❖ قیود نامساوی : در مسائل عملی بهینه سازی دارای تساوی و نامساوی هستند .

مسئله مورد نظر کمینه سازی تابع هزینه زیر است .

$$f(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n})$$

❖ قیود تساوی عبارتند از :

$$g_i(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n}) = 0 \qquad i = 1, 2, \dots, k$$

❖ قیود نامساوی عبارتند از :

$$\lambda_j(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n}) \le 0 \qquad j = 1, 2, \dots, m$$

❖ با تصمیم ضریب لاگرانژ قیود نامساوی بوسیله مصرف بردار m تایی ها از کمیت های تعیین نشده پوشش داده می شود . تابع هزینه بدون قید بصورت زیر در می اید :

$$L = F + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j U_j$$

❖ شرایط لازم بدست امده برای نقاط کمینه محلی مقید L عبارتند از :

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0 \qquad i = 1,2,\dots,n$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i = 0 \qquad i = 1,2,\dots,k \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = U_j \leq 0 \qquad j = 1,2,\dots,m \quad (2)$$

$$\lambda_i . U_j = 0 \qquad \lambda_i . U_j > 0 \qquad j = 1,2,\dots$$

❖ توجه کنید که معادله (1) همان قیود تساوی اصلی هستند و با فرض $(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n})$ یک کمینه نسبی باشد . در صورتی که نامساوی $(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n})$ بطور کامل برقرار باشد و $\lambda = 0$ باشد قیود نامساوی معادله (2) را معادلات غیر فعال می گویند .

❖ اگر تساوی برقرار باشد این قید فعال است . یعنی :

➢ به این شرط لازم کوهن – تاکر می گویند .

$$\begin{cases} \lambda_i . U_i(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}, \dots, \widehat{x_n}) = 0 \\ \lambda_i > 0 \end{cases}$$

❖ **مثال:** با استفاده از ضریب لاگرانژ و قیود نامساوی فاصله کمینه از مبداء مختصات صفحه xy را تا دایره ای با معادلعه زیر به دست اورید .

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = 25$$

$$f(xy) = x^2 + y^2$$

$$y(xy) = (x-8)^2 + (y-6)^2 - 25 = 0$$

$$u(xy) = 2x + y \geq 12$$

- با استفاده از رابطه کلی لاگرانژ با قیود نامساوی خواهیم داشت :

$$L = F + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i g_i + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j U_j$$

$$L = x^2 + y^2 + \lambda\left((x-8)^2 + (y-6)^2 - 25\right) + \lambda(2x + y - 12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2x + 2\lambda - (x-8) + 2\aleph = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow (1) - (2) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2y + 2\lambda - (y-6) + \aleph = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = (x-8)^2 + (y-6)^2 - 25 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \aleph} = 2x + y - 12 = 0 \qquad y = 12 - 2x$$

$$y = 12 - 2x \ (4)$$

$$y = 12 - 2x \ (1) - (2) = 0$$

$$2x + 2\lambda(x - 8) - 4y - 4\lambda(y - 6) = 0$$

$$(2x - 4y) + 2\lambda x - 16\lambda - 4\lambda y + 24\lambda = 0$$

$$(2x - 4y)(1 + \lambda) + 8\lambda = 0 \quad (5)$$

(4), (5)

$$\Rightarrow (2x - 4(12 - 2x))(1 + \lambda) + 8\lambda = 0$$

$$(2x - 48 + 8x)(1 + \lambda) - 8\lambda \Rightarrow 10x - 48 = \frac{-8\lambda}{\lambda + 1}$$

$$10x = \frac{-8\lambda}{\lambda + 1} + 48 \Rightarrow x = \frac{40\lambda + 48}{10(\lambda + 1)}$$

$$x = \frac{4\lambda + 4.8}{(\lambda + 1)} \quad (6) \qquad , \qquad y = \frac{4\lambda + 2.4}{(\lambda + 1)} \quad (7)$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 - 25 = 0 \Longrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 0.36 = 0$$

$$\left(\frac{14\lambda + 4.8}{(\lambda + 1)} - 8\right)^2 + \left(\frac{4\lambda + 2.4}{(\lambda + 1)} - 6\right)^2 - 25 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \lambda = -0.2 \\ \lambda = -1.8 \end{cases}$$

$$\lambda = -0.2 \Longrightarrow \aleph = -5.6 \Longrightarrow (x, y) = (5, 2)$$

$$\lambda = -1.8 \Longrightarrow \aleph = -12 \Longrightarrow (x, y) = (3, 6)$$

$$L = x^2 + y^2 + \lambda\left((x-8)^2 + (y-6)^2 - 25\right) + \aleph(2x + y - 12)$$

$\mathrm{L} = 5.385$ مینیمم فاصله از تابع هزینه

$\mathrm{L} = 6.71$ ماکزیمم فاصله از تابع هزینه

❖ هزینه بهره برداری از نیروگاه ها:

❖ عوامل موثر بر تولید توان با کمترین هزینه:

1- بازده کار ژنراتور .

2- هزینه سوخت .

3- تلفات انتقال .

➢ بازده کار ژنراتور: ژنراتور با بهترین بازده در سیستم به تنهایی نم تواند کمترین هزینه را تضمین کند . زیرا ممکن است:

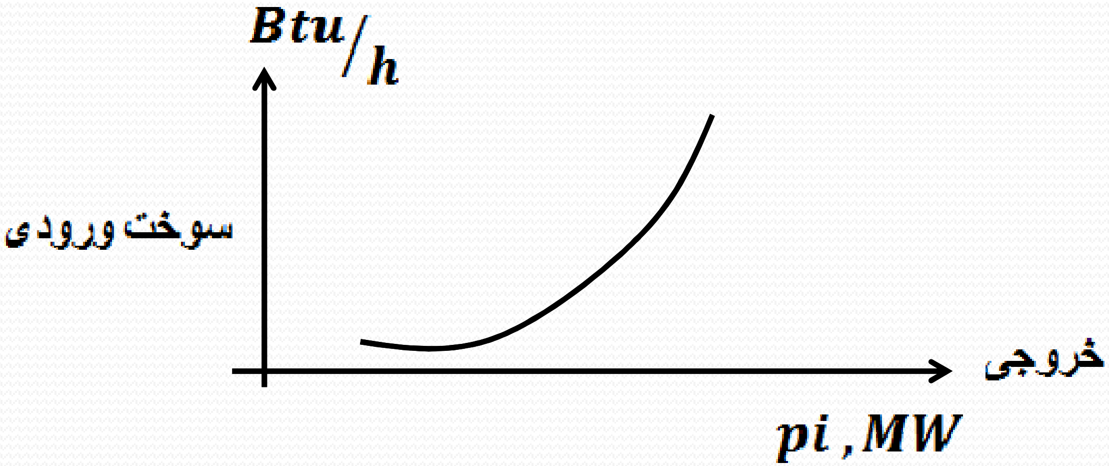
➢ 1- ژنراتور در منطقه ای قرار گیرد که هزینه تامین سوخت بالا باشد .

➢ 2- فاصله نیروگاه تا مرکز بار به اندازه ای باشد که تلفات انتقال زیاد باشد .

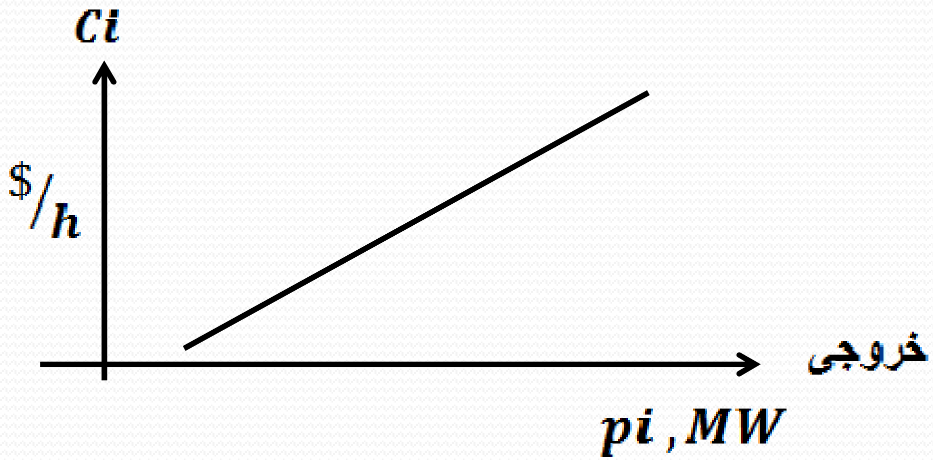
❖ **نکته:** هزینه بهره برداری نقش مهمی در برنامه ریزی اقتصادی ایفا می کند.

❖ اگر ورودی نیروگاه حرارتی برحسب $Btu/_h$ و خروجی ان بر حسب MW بیان شود . منحنی ورودی بر حسب خروجی یک واحد را نرخ حرارتی واحد گویند و بصورت زیر می باشد .

❖ .



❖ با تبدیل نرخ حرارتی Btu/h به $\$/h$ منحنی تبدیل به منحنی هزینه سوخت می شود .



❖ Ci : هزینه سوخت ژنراتور i و بصورت تابع درجه دوم برحسب توان حقیقی تولید شده نمایش داده می شود . وبرابر با:

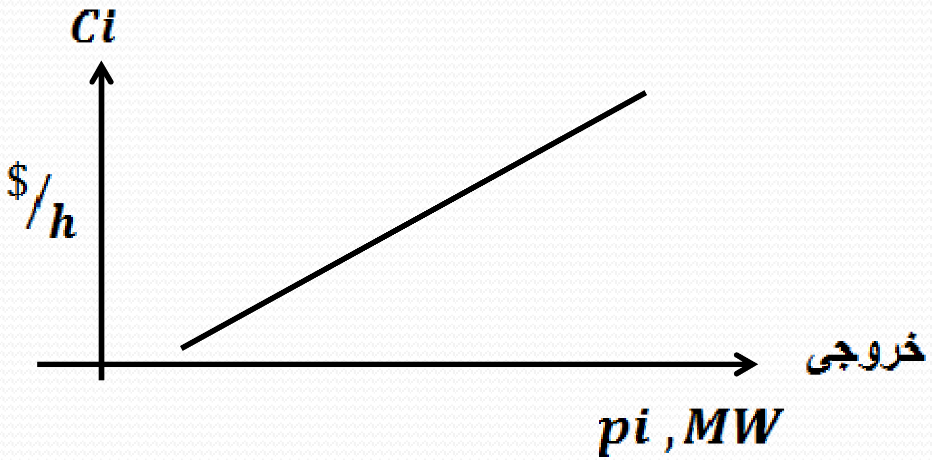
$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i {P_i}^2$$

❖ منظور از هزینه سوخت افزایشی چیست و منحنی ان چگونه رسم می شود ؟

هزینه بهره برداری که شامل هزینه سوخت و هزینه نیروی انسانی و قطعات یدکی و نگهداری را هزینه سوخت افزایشی می گویند . که بر اثر افزایش بعدی تولید توان هزینه سوخت افزایش می یابد و به ان هزینه افزایش سوخت می گویند .

❖ مشتق هزینه سوخت به توانهای تولیدی حقیقی را با λ_i نمایش میدهند .

$$\lambda_i = \frac{dC_i}{dP_i} = 2\gamma_i \times P_i + \beta_i$$



❖ توزیع اقتصادی بار بدون در نظر گرفتن تلفات و محدودیتهای ژنراتورها بیان کنید؟

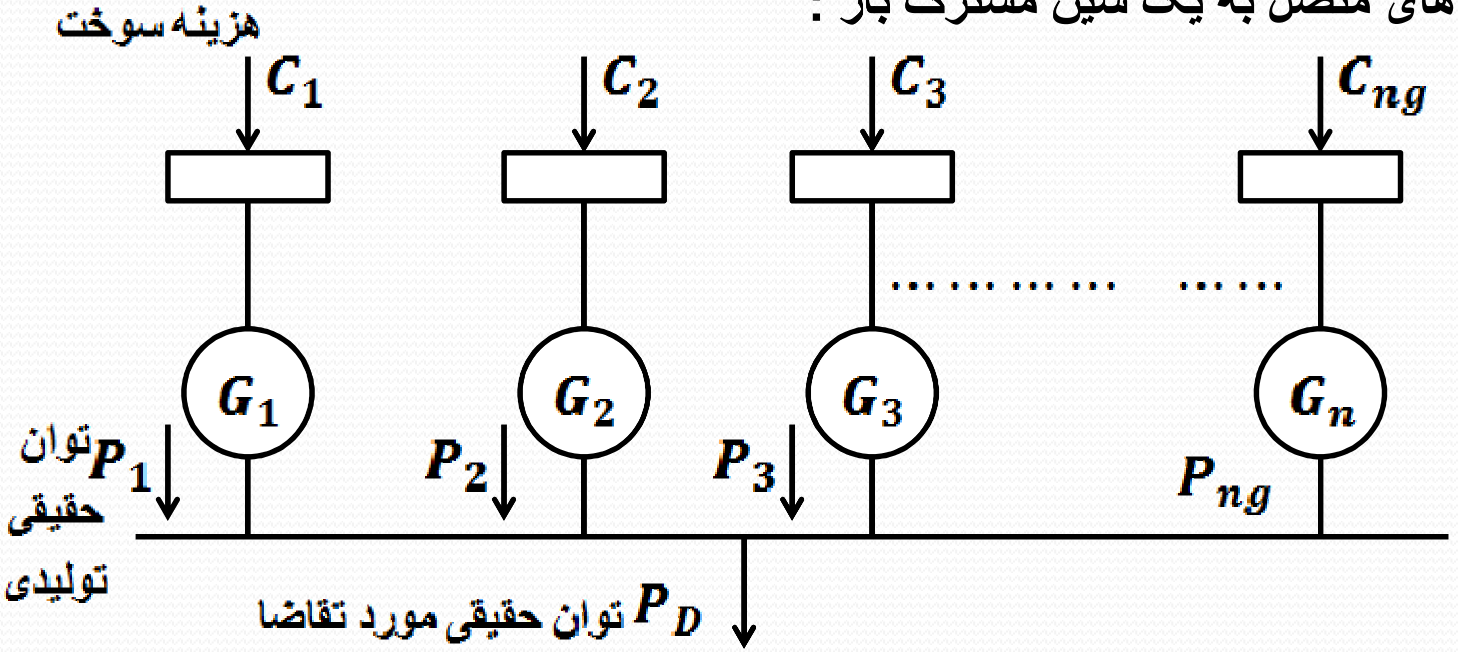
❑ ساده ترین حالت توزیع اقتصادی بار چشم پوشی از تلفات خطوط انتقال است .

❑ در این حالت یا مدل سیستم : 1- امپدانس خطوط در نظر گرفته نمی شود .

2- سیستم دارای یک شین بوده .

3- تمامی ژنراتورها و بارها به این شین متصلند .

❖ نمایش نیروگاه های متصل به یک شین مشترک بار :



❖ اگر Ct هزینه تولید کل باشد .

$$C_t = \sum_{i=1}^{ng} C_i = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \quad (1)$$

❖ اگر P_D توان تقاضای کل باشد برابر با مجموع توانهای تمامی نیروگاه ها و یا ژنراتورها در صورتی که از تلفات انتقال چشم پوشی شود .

$$P_D = \sum_{i=0}^{ng} P_i \quad (2)$$

❖ اگر n_g تعداد نیروگاه ها یا ژنراتورهای قابل استفاده در توزیع اقتصادی بار باشد .

P_D : تقاضا کل .

Ci : هزینه نیروگاه یا ژنراتور iام .

P_i : توانهای حقیقی تولیدی نیروگاه یا ژنراتور iام .

λ : ضریب هزینه افزایش باشد .

❖ تابع هدف با اضافه نمودن قید به ان و با اعمال ضریب لاگرانژ برابر با :

$$\mathrm{L} = Ct + \lambda\left(P_D - \sum_{i=1}^{n} P_i\right)$$

❖ کمترین مقدار این تابع بدون قید در نقطه ای بدست می اید که مشتقات جزئی ان نسبت به متغیرهای ان تابع صفر باشد .یعنی :

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda(0-1) = 0 \Longrightarrow \frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

❖ وهزینه تولید کل برابر با:

$$C_t = C_1 + C_2 + \cdots + C_{ng}$$

❖ بنابراین شرط توزیع بهینه توان یا بار برابر با :

➢ شرط اول :

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} = \lambda \qquad i = 1,2,\dots,n_g$$

و به عبارت دیگر یعنی :

$$\beta_i + 2\gamma_i \times P_i = \lambda$$

➢ شرط دوم :

$$P_D = \sum_{i=1}^{ng} P_i$$

❖ یعنی هنگامی که از تلفات چشم پوشی و ژنراتورها محدودیتی نداشته باشند انگاه برای اقتصادی ترین حالت بهره برداری تمام نیروگاه ها باید با هزینه تولید افزایشی مساوی کار کنند

➢ قید تساوی $P_D = \sum_{i=1}^{ng} P_i$ برقرار باشد انگاه P_i برابر با :

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

- معادله زیر به معادلات هماهنگی مرسوم هستند . همه این معادلات تابعی از λ می باشند .

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \quad (1)$$

- برای بدست اوردن یک پاسخ تحلیلی برای λ می توان در رابطه $P_D = \sum_{i=1}^{ng} P_i$ طرف دوم معادله (1) قرار داد و خواهیم داشت :

$$P_D = \sum_{i=1}^{ng} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \Longrightarrow \lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}}$$

- برای بدست اوردن برنامه ریزی بهینه تولید مقدار λ باید از رابطه فوق بدست اوریم و در رابطه (1) قرار دهیم .

- بنابراین پاسخ توزیع اقتصادی بار با چشم پوشی از تلفات بصورت تحلیلی ارائه گردید .

- یک روش تکراری برای محاسبه λ پخش بهینه توان .

- رابطه $P_i = \dfrac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$ با استفاده از روش تکراری حل خواهد شد .

- در این روش ابتداء دو مقدار برای λ شروع کرده و مقدار بهتر λ بوسیله برون یابی بدست می اید .
- این فرایند انقدر ادامه می یابد تا ΔP_i در محدوده دقت از پیش تعیین شده قرار گیرد .

- روش حل سریع با استفاده از گرادیان بدست می اید .

$$F(\lambda) = P_D$$

- با بسط تیلور رابه فوق حول نقطه کار $\lambda^{(k)}$ و چشم پوشی از جملات مرتبه دوم و بالاتر خواهیم داشت :

$$F(\lambda) = \left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{(k)} - \Delta\lambda^{(k)} = P_D$$

❖ این رابطه را می توان بصورت زیر نوشت :

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum\left(\frac{dP_i}{d\lambda}\right)^{(k)}}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{ng} f(\lambda)^{(k)} = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i^{(k)}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}}$$

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)}$$

❖ این فرایند را انقدر ادامه می دهیم تا مقدار $\Delta P^{(k)}$ کمتر از مقدار از پیش تعیین شده باشد .

❖ **مثال:** توابع هزینه سوخت سه نیروگاه حرارتی بر حسب $\$/_h$ بصورت زیر داده شده اند .

$$C_1 = 500 + 5.3\,P_1 + 0.004\,{P_1}^2$$

$$C_2 = 400 + 5.5\,P_2 + 0.006\,{P_2}^2$$

$$C_3 = 200 + 5.8\,P_3 + 0.009\,{P_3}^2$$

- که دران P_1, P_2, P_3 برحسب MW و بار کامل P_D انها 800 مگاوات می باشد . با چشم پوشی از تلفات و محدودیتهای ژنراتورها توزیع بهینه و هزینه کل بر حسب $\$/_h$ را برای موارد زیر بدست اورید :
- الف - روش تحلیلی با استفاده از معادله

$$\lambda = \frac{P_D + \sum_{i=1}^{ng} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}}$$

- ب - روش ترسیمی.
- ج - روش تکراری با استفاده از گرادیان ولتاژ .

❖ الف)

$$P_D = 800MW$$

$$\beta_1 = 5.3$$

$$\gamma_1 = 0.004$$

$$\beta_2 = 5.5$$

$$\gamma_2 = 0.006$$

$$\beta_3 = 5.8$$

$$\gamma_3 = 0.009$$

$$\lambda = \frac{P_D + \frac{\beta_1}{2\gamma_1} + \frac{\beta_2}{2\gamma_2} + \frac{\beta_3}{2\gamma_3}}{\frac{1}{2\gamma_1} + \frac{1}{2\gamma_2} + \frac{1}{2\gamma_3}} =$$

$$\frac{800 + \frac{5.3}{0.008} + \frac{5.5}{0.0012} + \frac{5.8}{0.0018}}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.0012} + \frac{1}{0.0018}}$$

$$\lambda = \frac{800 + 1443.0555}{263.8889} = 8.5\ ^{\$}/_{MWh}$$

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \Rightarrow P_1 = \frac{\lambda - \beta_1}{2\gamma_i} = \frac{8.5 - 5.3}{2 \times (0.004)} = 400\ MW$$

$$P_2 = \frac{\lambda - \beta_2}{2\gamma_i} = \frac{8.5 - 5.5}{2 \times (0.006)} = 250\ MW$$

$$P_3 = \frac{\lambda - \beta_3}{2\gamma_i} = \frac{8.5 - 5.8}{2 \times (0.006)} = 150\ MW$$

- ب)

$$\frac{dC_1}{dP_1} = 2\gamma_1 \times P_1 + \beta_1 = 0.008\ P_1 + 5.3 = \lambda$$

$$\frac{dC_2}{dP_2} = 2\gamma_2 \times P_2 + \beta_2 = 0.0012\ P_2 + 5.5 = \lambda$$

$$\frac{dC_3}{dP_3} = 2\gamma_3 \times P_3 + \beta_3 = 0.0018\ P_3 + 5.8 = \lambda$$

- و قید ان برابر با:

$$P_D = P_1 + P_2 + P_3$$

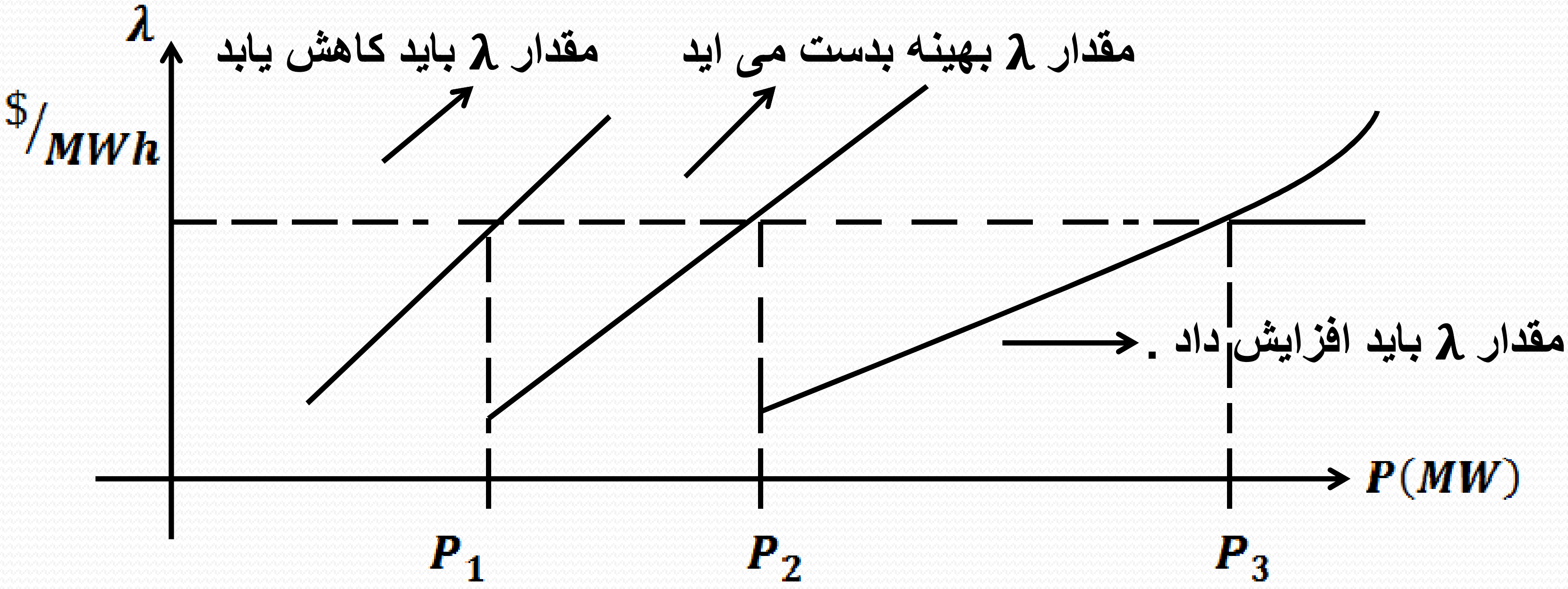
برای هر λ $\Rightarrow$ $\sum P_i < P_D$ $\Rightarrow$ مقدار λ را باید افزایش داد .

برای هر λ $\Rightarrow$ $\sum P_i > P_D$ $\Rightarrow$ مقدار λ را باید کاهش داد .

برای هر λ $\Rightarrow$ $\sum P_i = P_D$ $\Rightarrow$ مقدار λ همان مقدار بهینه است .

❖ اگر $\lambda = 8.5$ باشد انگاه خواهیم داشت .

$$\begin{cases} P_1 = 400\ MW \\ P_2 = 250\ MW \\ P_3 = 150\ MW \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} P_1 + P_2 + P_3 = P_D \\ 400 + 250 + 150 = 800 \end{array}$$



- ج) حل عددی به روش گرادیان (روش تکراری).
  - مقدار اولیه تخمین برابر با $\lambda^{(1)} = 6$

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)} - \beta_i}{2\gamma_i}$$

$$P_1^{(1)} = \frac{6-5.3}{2\times 0.004} = 87.5\ MW$$

$$P_2^{(1)} = \frac{6-5.5}{2\times 0.006} = 41.6667\ MW$$

$$P_3^{(1)} = \frac{6-5.8}{2\times 0.009} = 11.1111\ MW$$

$$\Delta P^{(1)} = P_D - \sum P_i = 800 - (87.5 + 41.6667 + 11.1111) = 659.7222$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}} \Rightarrow \Delta\lambda^{(1)} = \frac{\Delta P^{(1)}}{\frac{1}{2\gamma_1} + \frac{1}{2\gamma_2} + \frac{1}{2\gamma_3}}$$

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{659.7222}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.0012} + \frac{1}{0.0018}} = 2.5$$

$$\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} + \Delta\lambda^{(1)} = 6 + 2.5 = 8.5$$

$$P_1^{(2)} = \frac{8.5 - 5.3}{2 \times 0.004} = 400\ MW \qquad P_2^{(2)} = \frac{8.5 - 5.5}{2 \times 0.006} = 250\ MW$$

$$P_3^{(2)} = \frac{8.5 - 5.8}{2 \times 0.009} = 150\ MW \qquad \Delta P^{(2)} = 800 - (400 + 250 + 150) = 0$$

- قید تساوی پس از تکرار بر قرار شد . لذا توزیع بهینه در نقطه $\lambda = 8.5$ و مقادیر توان بهینه بار برابر با:

$$P_1 = 400\ MW$$

$$P_3 = 150\ MW$$

$$P_2 = 250\ MW$$

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3 = .$$

$$500 + 5.3 \times 400 + 0.004 \times (400)^2 + 400 + 5.5 \times 250 + 0.006 \times 250^2 +$$
$$200 + 5.8 \times 150 + 0.009 \times (150)^2$$

$$C_t = 6682.5 \ ^{\$}/_{h}$$

❖ توزیع اقتصادی بار با چشم پوشی از تلفات و در نظر گرفتن مجدودیتهای ژنراتور:

- محدودیت های ژنراتور عبارتند از :
- 1- قدرت خروجی ژنراتور نباید بیشتراز مقدار نامی ان باشد .
- 2- قدرت خروجی ژنراتور نباید کمتر از مقداری باشد که برای بهره برداری پایدار دیگ بخار ضروری است .

❖ پس تولید بین دو محدوده از پیش تعیین شده در ژنراتور محدود است .

- **نکته:** تولید توان حقیقی هر یک از نیروگاه ها باید چنان باشد تا:
- 1- تابع هزینه (هزینه کل تولید) تعریف شده رابطه زیر کمینه گردد .

$$C_t = \sum_{i=1}^{ng} C_i = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^{\,2}$$

- قیود تساوی داده شده زیر بر قرار باشد .

$$\sum_{i=1}^{ng} P_i = P_D$$

- 3- شرط قیود نامساوی زیر رعایت گردد .

$$P_{i\,min} \le P_i \le P_{i\,max}$$

شرایط کوهن – تاکو:

- این شرایط تکمیل کننده شرایط لاگرانژ برای در بر گرفتن قیود نامساوی به عنوان جملات اضافی است .

- شرایط لازم برای توزیع بهینه و با چشم پوشی از تلفات به صورت زیر است .

$$\frac{dC_i}{dP_i} = \lambda \qquad P_{i\,min} \le P_i \le P_{i\,max}$$

$$2)\ \frac{dC_i}{dP_i} \le \lambda \qquad P_i = P_{i\,max}$$

$$3)\ \frac{dC_i}{dP_i} \ge \lambda \qquad P_i = P_{i\,min}$$

❖ حل عددی مشابه روش قبلی است یعنی یک λ تخمین P_i با استفاده از معادله زیر به دست می اید .

$$P_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

❖ نکته: خروجی ان نیروگاه در مقدار حداکثر یا حداقل تثبیت می گردد. در واقع خروجی ان نیروگاه مقدار ثابتی خواهد داشت و تنها نیروگاه هایی که درمحدوده مجاز قرار دارند باید در هزینه افزایشی کار کنند .

❖ مثال: توزیع بهینه و هزینه کل $\$/h$ را برای نیروگاه های حرارتی زیر تعیین کنید در صورتی که بار کل 975 مگاوات و محدودیت ژنراتورها بر حسب MW بصورت زیر باشد .

$$200 \le P_1 \le 450\ MW$$

$$100 \le P_3 \le 225\ MW$$

$$150 \le P_2 \le 350\ MW$$

$$C_1 = 500 + 5.3\, P_1 + 0.004\, {P_1}^2$$

$$C_3 = 200 + 5.8\, P_3 + 0.009\, {P_3}^2$$

$$C_2 = 400 + 5.5\, P_2 + 0.006\, {P_2}^2$$

حل با تخمین اولیه $\lambda^{(0)} = 6$ بنابراین داریم :

$$P_1 = \frac{\lambda^{(0)} - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{6 - 5.3}{2 \times 0.004} = 87.5\, MW$$

$$P_2 = \frac{\lambda^{(0)} - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{6 - 5.5}{2 \times 0.006} = 41.66\, MW$$

$$P_3 = \frac{\lambda^{(0)} - \beta_3}{2\gamma_3} = \frac{6 - 5.8}{2 \times 0.009} = 11.1111\, MW$$

$$\Delta P^{(0)} = 975 - (87.5 + 41.6667 + 11.1111) = 834.7222$$

$$\Delta\lambda^{(0)} = \frac{\Delta P^{(0)}}{\sum_{i=1}^{ng} \frac{1}{2\gamma_i}} = \frac{834.722}{\frac{1}{0.008} + \frac{1}{0.0012} + \frac{1}{0.0018}} = 3.1632$$

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} = \Delta\lambda^{(0)} = 6 + 3.1632$$

- نیروگاه اول در 450 مگاوات نگه داشته می شود .

$$P_1^{(1)} = \frac{9.1632 - 5.3}{2 \times 0.004} = 482.8947\ MW$$

$$P_2^{(1)} = \frac{9.1632 - 5.5}{2 \times 0.006} = 305.2632\ MW$$

$$P_3^{(1)} = \frac{9.1632 - 5.8}{2 \times 0.009} = 186.8421\ MW$$

$$\Delta P^{(1)} = P_D - \sum_{i=1}^{ng} P_i = 975 - (482.8947 + 305.2632 + 186.8421)$$

$$\Delta P^{(1)} = 32.8947$$

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{\Delta P^{(1)}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\gamma_i}} = \frac{32.8947}{138.889} = 0.236$$

$$\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} = \Delta\lambda^{(1)} = 9.4$$

$P_1{}^{(2)} = 450$ ثابت

$$P_3{}^{(2)} = 200$$

$$P_2{}^{(2)} = 325$$

$$\Delta P^{(2)} = 975 - (450 + 325 + 200) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= 450\ MW \\ P_2 &= 325\ MW \\ P_3 &= 200\ MW \end{aligned}\right] \lambda = 9.4\ {}^{\$}/_{h}$$

$$C_t = 500 + 5.3 \times 450 + 0.004 \times (450)^2 + 400 + 5.5(325)$$

$$+0.006 \times (325)^2 + 200 + 5.8(200) + 0.009 \times (200)^2 = 8236.5\ {}^{\$}/_{h}$$

❖توزیع اقتصادی بار با در نظر گرفتن تلفات :

❖ نکته: هنگامی که فواصل انتقال کم و چگالی بار خیلی زیاد باشد می توان از تلفات توان چشم پوشی کرده و توزیع بهینه را با بهره برداری از تمام نیروگاه ها با هزینه تولید افزایشی مساوی بدست اورد .

- در عمل به علت اینکه توان در فواصل طولانی انتقال داده می شود با در نظر گرفتن اثر تلفات کل تلفات انتقال به عنوان یک تابع درجه دوم بر حسب توان خروجی ژنراتورها بیان می شود . ساده ترین تابع درجه دوم بصورت زیر است :

$$P_L = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i \beta_{ij} P_j$$

- یک فرمول کلی تر شامل یک عبارت خطی و یک عبارت ثابت است که فرمول تلفات کرون نلمیده می شود .

$$P_L = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i \beta_{ij} P_j \neq \sum_{i=1}^{ng} \beta_{0i} P_i + \beta_{00}$$

❖ β_{ij} : ضرایب تلفات یا ضرایب β می گویند .

➢ این ضرایب ثابت هستند و در صورتی که شرایط بهره برداری سیستم نزدیک به حالت پایداری باشد که ثابت های β در ان محاسبه شده اند می توان دقت قابل قبولی را انتظار داشت .

❖ مساله توزیع اقتصادی در واقع کمینه سازی تولید کل C_t است که تابعی از خروجی نیروگاه می باشد .

$$C_t = \sum_{i=1}^{ng} C_i = \sum_{i=1}^{ng} \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i {P_i}^2$$

➢ در این حالت قید تساوی تولید با مجموع تقاضا و تلفات است که بصورت زیر است :

$$\sum_{i=1}^{n} P_i = P_D + P_L$$

➢ قیود نامساوی ان عبارتند از:

$$P_{i_{(min)}} < P_i < P_{i_{(max)}} \qquad\qquad i = 1, 2, 3 \ldots n_g$$

❖ بنابراین تابع لاگرانژ این حالت برابر با :

$$L = C_t + \lambda\left(P_D + P_L - \sum_{i=1}^{n} P_i\right) + \sum_{i=1}^{n} \aleph_{i(max)}\left(P_i - P_{i(max)}\right) + \sum_{i=1}^{n} \aleph_{i(min)}\left(P_i - P_{i(min)}\right)$$

➢ باید درک نمود در استفاده از این قیود داریم :

$$P_i < P_{i(max)} \Longrightarrow \aleph_{i(max)} = 0$$

$$P_i > P_{i(min)} \Longrightarrow \aleph_{i(min)} = 0$$

❖ نکته 1: اگر قید از مقدار خود تخلف نکرده باشد . متغیر λ مرتبط با ان صفر بوده و عبارت مربوط به معادله زیر وجود خواهد داشت .

$$\sum_{i=1}^{ng} \aleph_{i(max)}(P_i - P_{i(max)}) + \sum_{i=1}^{ng} \aleph_{i(min)}(P_i - P_{i(min)})$$

❖ نکته 2: این قید زمانی فعال می شود که تخلف یا خطا رخ داده شود و کمینه این تابع بدون قید در نقطه ای که مشتق های جزئی نسبت به متغیرهای مربوط صفر شود تعیین می گردد .

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \ (1) \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \ (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \aleph_{i(max)}} = (P_i - P_{i(max)}) = 0 \ (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \aleph_{i(min)}} = (P_i - P_{i(min)}) = 0 \ (4)$$

❖ معدله های 3 و 4 نشان می دهند که P_i نباید از حد خود تجاوز نمایند و هنگامی که P_i در داخل محدوده خود باشد. $\aleph_{i(max)} = \aleph_{i(min)}$ بوده و تابع (کوهن – تاکو) همان تابع لاگرانژ خواهد بود .

➢ طبق رابطه (1) داریم :

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda\left(0 + \frac{\partial P_L}{\partial P_i} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial C_t}{\partial P_i} + \lambda\left(\frac{\partial P_L}{\partial P_i} - 1\right) = 0 \qquad C_t = C_1 + C_2 + \cdots C_n$$

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dP_i} \Rightarrow \frac{dC_i}{dP_i} = +\lambda\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \qquad i = 1, 2, 3 \ldots n_g$$

➢ عبارت $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ تلفات افزایشی خط انتقال نامیده می شود .

❖ معادله 2 منجر به ایجاد رابطه زیر می گردد .

$$\sum_{i=1}^{ng} P_i = P_D + P_L$$

➢ معادله فوق همان قید تساوی است که باید رعایت گردد .

❖ضریب جریمه نیروگاه:

➢ اثر تلفات خط انتقال سیستم قدرت ضریب جریمه می گویند و با Li نشان داده می شود .

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \qquad i = 1, 2, 3 \ldots n_g$$

➢ بنابراین ضریب بهینه با در نظر گرفتن تلفات خط انتقال برابر با :

$$\lambda = L_i \times \frac{dC_i}{dP_i} \qquad i = 1, 2, 3 \ldots n_g$$

- اثر تلفات خط اتقال (ضریب جریمه) به موقعیت جغرافیایی نیروگاه بستگی دارد .

- معادله زیر نشان می دهد که هزینه حداقل هنگامی بدست می اید که حاصلضرب هزینه افزایشی هر نیروگاه و ضریب جریمه ان برای تمام نیروگاه ها مساوی می باشد .

$$\lambda = L_i \times \frac{dC_i}{dP_i} \quad (5) \qquad i = 1, 2, 3 \ldots n_g$$

- هزینه تولید افزایشی و تلفات افزایش انتقال با استفاده از رابطه 1 و 2 بصورت زیر بدست می اید.

$$\frac{dC_i}{dP_i} = 2\gamma_i \times P_i + \beta_i \quad (1) \qquad P_L = \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} P_i \beta_{ij} P_j + \sum_{i=1}^{ng} \beta_{0i} P_i + \beta_{00} \quad (2)$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{j=1}^{ng} \beta_{ij} P_j + \beta_{0i} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{1,2,3,5,6} \quad \beta_i + 2\gamma_i + 2\lambda \sum_{j=1}^{ng} \beta_{ij} P_j + \beta_{0i}\ \lambda = \lambda$$

$$\left(\frac{\gamma_i}{\lambda} + \beta_{ii}\right) P_i + \sum_{j=1}^{ng} \beta_{ij} P_j = \frac{1}{2}\left(1 - \beta_{0i} - \frac{\beta_i}{\lambda}\right)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\gamma_1}{\lambda} + \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots\cdots & \beta_{1ng} \\ \vdots & \frac{\gamma_2}{\lambda} + \beta_{22} & \cdots & \beta_{2ng} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{ng1} & \beta_{ng2} & \cdots\cdots & \frac{\gamma_{ng}}{\lambda} + \beta_{ng\,ng} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{ng} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - \beta_{01} - \frac{\beta_1}{\lambda} \\ 1 - \beta_{02} - \frac{\beta_2}{\lambda} \\ \vdots \\ 1 - \beta_{0ng} - \frac{\beta_{ng}}{\lambda} \end{bmatrix}$$

❖ انگاه می توان معادله فوق را بصورت زیر نوشت :

$$E \times P = D \Longrightarrow P = \frac{E}{D}$$

❖ برای حل ابتدا با یک مقدار تخمین اولیه شروع کرده . مقدار $\lambda^{(0)}$ در تکرار K ام بصورت زیر خواهد بود .

$$P_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1-\beta_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)} \sum_{j \neq i}^{n} \beta_{ij} P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} \beta_{ii})}$$

$$F_\lambda^{(k)} = \sum_{j=1}^{ng} \frac{\lambda^{(k)}(1-\beta_{0i}) - \beta_i - 2\lambda^{(k)} \sum_{j=1}^{ng} \beta_{ij} P_j^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} \beta_{ii})} = P_D + P_L^{(k)}$$

- با بسط سری تیلور تابع فوق حول نقطه $\lambda^{(k)}$ و چشم پوشی از جملات مرتبه دوم وبالاتر خواهیم داشت .

$$F_{\lambda}{}^{(k)} + \left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)} \times \Delta\lambda^{(k)} = P_D + P_L{}^{(k)}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum \left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}} \Longrightarrow \lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)}$$

$$\sum_{i=1}^{ng} \left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(k)} = \sum_{j=1}^{ng} \frac{\gamma_i(1-\beta_{0i}) + \beta_{ii} \times \beta_i - 2\gamma_i \sum_{j\neq i} \beta_{ij} P_j{}^{(k)}}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)} \beta_{ii})^2} \quad (1)$$

$$\Delta P^{(k)} = P_D + P_L{}^{(k)} - \sum_{i=1}^{ng} P_i{}^{(k)}$$

❖ رابطه تقریبی برای محاسبه تلفات .

$$P_L = \sum_{i=1}^{ng} \beta_{ii} P_i{}^2$$

❖ اگر $\beta_{ij} = 0$ و $\beta_{00} = 0$ باشد پاسخ معادلات همزمان با تبدیل رابطه P_i به رابطه ساده تر برابر خواهد بود با :

$$P_i{}^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)} - \beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}\beta_{ii})}$$

❖ لنگاه رابطه (1) فوق برابر خواهد بود با :

$$\sum_{i=1}^{ng} \left(\frac{\partial P_i}{\partial \lambda}\right)^{(k)} = \sum_{i=1}^{ng} \frac{\gamma_i + \beta_{ii}\beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{(k)}\beta_{ii})^2}$$

❖ مثال: هزینه سوخت برحسب $\$/_h$ در سه نیروگاه حرارتی یک سیستم قدرت به شرح زیر می باشد .

$$C_1 = 200 + 7P_1 + 0.008\, {P_1}^2 \ \$/_h$$

$$C_2 = 180 + 6.3P_2 + 0.009\, {P_2}^2 \ \$/_h$$

$$C_3 = 140 + 6.8P_3 + 0.007\, {P_3}^2 \ \$/_h$$

که دران مقادیر P_1, P_2, P_3 بر حسب MW بوده و خروجی نیروگاه ها دارای محدودیت های زیر می باشد .

$$10\ MW \le P_1 \le 85\ MW$$

$$10\ MW \le P_3 \le 70\ MW$$

$$10\ MW \le P_2 \le 80\ MW$$

❖ برای حل این مسئله تلفات توان حقیقی با رابطه زیر داده شده است .

$$P_{L(pu)} = 0.0218\, P_1^{\,2} + 0.0228\, P_2^{\,2} + 0.0179\, P_3^{\,2}$$

- که دران ضرایب تلفات برحسب پریونیت در مبنای 100 مگاولت امپر مشخص شده اند توزیع بهینه را هنگامی که بار کل سیستم 150 مگاوات باشد بدست اورید .
- چون در تابع هزینه برحسب MW است بنابراین تلفات توان حقیقی برحسب توانهای تولید شده MW عبارت است از:

$$P_L = 0.0218\left(\frac{P_1}{100}\right)^2 \times 100 + 0.0228\left(\frac{P_2}{100}\right)^2 \times 100 + 0.0179\left(\frac{P_3}{100}\right)^2 \times 100$$

$$P_L = 21.8 \times 10^{-5}\, P_1^{\,2} + 22.8 \times 10^{-5}\, P_2^{\,2} + 17.9 \times 10^{-5}\, P_3^{\,2}$$

❖ برای حل عددی به روش گرادیان فرض می کنیم ضریب تخمین بهینه برابر با:

$$\lambda^{(0)} = 8$$

➢ با استفاده از معادلات توان داریم:

$$P_1^{(0)} = \frac{8-7}{2\left(0.008 + 8 \times 21.8 \times 10^{-5}\right)} = 51.314\ MW$$

$$P_2^{(0)} = \frac{8-6.3}{2\left(0.009 + 8 \times 22.8 \times 10^{-5}\right)} = 78.53 MW$$

$$P_3^{(0)} = \frac{8-6.8}{2\left(0.007 + 8 \times 17.9 \times 10^{-5}\right)} = 71.16\ MW$$

$$P_L = 21.8 \times 10^{-5}(51.314)^2 + 22.8 \times 10^{-5}(78.53)^2$$
$$+17.9 \times 10^{-5}(71.16)^2$$

$$P_L = 2.886\ MW$$

$$\Delta P^{(k)} = P_D + P_L{}^{(k)} - \sum_{i=1}^{ng} P_i{}^{(k)}$$

$$\Delta P^{(0)} = 150 + 2.886 - (51.314 + 78.53 + 71.16)$$

$$\Delta P^{(0)} = -48.114$$

$$F(\lambda)^{(0)} = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{(0)}$$

$$= \frac{0.008 + 21.8 \times 10^{-5} \times 7}{2(0.008 + 8 \times 21.8 \times 10^{-5})^2} + \frac{0.009 + 22.8 \times 10^{-5} \times 6.3}{2(0.009 + 8 \times 22.8 \times 10^{-5})^2}$$

$$+ \frac{0.007 + 17.9 \times 10^{-5} \times 6.8}{2(0.007 + 8 \times 17.9 \times 10^{-5})^2} = 152.5\ MW$$

$$\Delta\lambda^{(0)} = \frac{\Delta P^{(0)}}{f(\lambda)^{(0)}} = \frac{-48.114}{152.5} = 0.31552$$

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} = \Delta\lambda^{(0)} = 8 - 0.31552 = 7.6845$$

$${P_1}^{(1)} = 35.37\ MW \qquad {P_L}^{(1)} = 1.717$$

$${P_2}^{(1)} = 64.38\ MW \qquad \Delta P^{(1)} = -0.8395$$

$${P_3}^{(1)} = 52.8\ MW \qquad \Delta\lambda^{(0)} = 154.588$$

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{\Delta P^{(0)}}{{F_\lambda}^{(0)}} = 0.00544$$

$$\lambda^{(2)} = \lambda^{(1)} = \Delta\lambda^{(1)} = 7.6845 - 0.00544 = 7.679$$

$$P_1^{(2)} = 35.097\ MW \qquad P_L^{(2)} = 1.699$$

$$P_2^{(2)} = 64.137\ MW \qquad \Delta P^{(2)} = -0.01742$$

$$P_3^{(2)} = 52.483\ MW \qquad f(\lambda)^{(2)} = 154.624$$

$$\Delta\lambda^{(2)} = \frac{\Delta P^{(2)}}{f(\lambda)^{(2)}} = -0.000113 \qquad (\lambda)^{(3)} = 7.6789$$

❖ تلفات توان حقیقی برابر با:

$$P_1^{(3)} = 35.0907\ MW \qquad P_L^{(3)} = 1.699\ MW$$

$$P_2^{(3)} = 64.133\ MW$$

$$P_3^{(3)} = 52.477\ MW$$

و در نتیجه هزینه سوخت کل برابر با :

$$C_t = 200 + 7 \times (35.0907) + 0.008(35.0907)^2 + 180 + 6.3(64.132)$$

$$+(0.009)(64.132)^2 + 140 + 6.8(52.477) + 0.007(52.477)^2 =$$

$$C_t = 1592.65\ ^{\$}/_{h}$$

❖ نحوه بدست اوردن فرمول تلفات:

یکی از راه های بدست اوردن فرمول تلفات سیستم قدرت بر حسب خروجی توان حقیقی ژنراتورها استفاده از روش ضریب تلفات یا ضرایب β می باشد .

- **اگر توان مختلط تزریقی به باس i بصورت زیر باشد .**

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i \times I_i^*$$

انگاه تلفات کل سیم برابر با:

$$S_i = P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n} V_i \times I_i^* = V_{bus} \times I_{bus}^*$$

که دران P_L و Q_L توان های تلفات اکتیو و راکتیو سیستم است.

$$P_L + jQ_L = [Z_{bus} \times I_{bus}^*]^T \, I_{bus}^* = I_{bus}^T \times Z_{bus}^T \times I_{bus}^*$$

$$V_{bus} = \gamma_{bus}^{-1} \times I_{bus} = Z_{bus} \times I_{bus}$$

$$P_L + jQ_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i \, Z_{ij} \, I_j^{*} \Longrightarrow Z_{ij} = Z_{ji}$$

$$P_L + jQ_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} Z_{ij}\,(I_i\, I_j^{*} + I_j\, I_i^{*})$$

$$P_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij}\,(I_i\, I_j^{*} + I_j\, I_i^{*}) \qquad Q_L = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}\,(I_i\, I_j^{*} + I_j\, I_i^{*})$$

❖ از انجایی که $R_{ij} = R_{ji}$ برابر باشد می توان توان حقیقی را بصورت زیر نوشت .

$$P_L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_i \; R_{ij} \, I_j^{*} \Longrightarrow I_{bus}^{\;T} \times R_{bus} \times I_{bus}^{\;*}$$

❖ جریان کل بارها برابر مجموع جریانهای هر یک از بارها است .

$$I_D = I_{L1} + I_{L2} + \cdots I_{Lnd}$$

❖ حال فرض شود که هر یک از جریانهای شینها به عنوان بخشی از جریان کل تغییر کند .
یعنی:

$$I_{Lk} = \ell_k \times I_D \ (1) \qquad k = 1, 2, \cdots n$$

$$\ell_k = \frac{I_{Lk}}{I_D} \quad (2)$$

❖ اگر شین 1 مرجع باشد.

$$V_{bus} = Z_{bus} \times I_{bus}$$

$$V_1 = Z_{11} \times I_1 + Z_{12} \times I_2 + \cdots + Z_n \times I_n$$

❖ اگر ng تعداد شین های دارای ژنراتور و nd تعداد شینهای بار باشد معادله اخیر را می توان برحسب جریانهای بار ژنراتور بصورت زیر نوشت .

$$V_1 = \sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} + \sum_{k=1}^{ng} Z_{1k} \times I_{Lk} \quad (3)$$

❖ با جایگزین کردن I_{Lk} از رابطه های فوق (1و3) خواهیم داشت:

$$V_1 = \sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} + I_D \sum_{k=1}^{nd} \ell_k \times Z_{1k} \Longrightarrow V_1 = \sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} + I_D \times T$$

$$T = \sum_{k=1}^{nd} \ell_k \times Z_{1k}$$

.

$$V_1 = -Z_{11} \times I_0$$

$$I_D = -\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} - \frac{1}{T} Z_{11} \times I_0$$

$$I_{LK} = -\frac{\ell_k}{T}\sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} - \frac{\ell_k}{T} Z_{11} \times I_0$$

$$\rho_k = -\frac{\ell_k}{T}$$

$$I_{LK} = \rho_k \sum_{i=1}^{ng} Z_{1i} \times I_{gi} + \rho_k \times Z_{11} \times I_0$$

$$\begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \vdots \\ I_{gng} \\ I_{L1} \\ I_{L2} \\ \vdots \\ I_{Lnd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \rho_1 \times Z_{11} & \rho_1 \times Z_{12} & \cdots & \rho_1 \times Z_{1ng} & \rho_1 \times Z_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \rho_2 \times Z_{11} \\ \rho_k \times Z_{11} & \rho_k \times Z_{12} & \cdots & \rho_k \times Z_{1ng} & \rho_k \times Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{g1} \\ I_{g2} \\ \vdots \\ I_{gng} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ I_0 \end{bmatrix}$$

$$I_{bus} = C \times I_{new}$$

$$P_L = (C \times I_{new})^T R_{bus} \times C^* \times I_{new}{}^* = I_{new}{}^T \times C \times R_{bus} \times C^* \times I_{new}{}^*$$

$$I_{gi} = \frac{S_{gi}{}^*}{V_i{}^*} = \frac{P_{gi} - jQ_{gi}}{V_i{}^*} = \frac{1 - j\dfrac{Q_{gi}}{P_{gi}}}{V_i{}^*} \times P_{gi}$$

تهیه کننده

محمد اندیشمند